

# Entwicklung eines strukturemechanischen Modells für Superelastikreifen

Development of a structural mechanics model for super elastic tires

**Arne Pross**  
**Rainer Bruns**

*Lehrstuhl für Maschinenelemente und Technische Logistik (MTL)  
Fakultät für Maschinenbau  
Helmut-Schmidt-Universität  
Universität der Bundeswehr, Hamburg*

**D**ie mechanischen Reifeneigenschaften sind in vielseitiger Hinsicht von besonderer Bedeutung. Häufig sind Belastungszustände und daraus resultierende Deformationen experimentell nicht bis ins letzte Detail zu beschreiben. Zur Analyse der mechanischen Eigenschaften rücken strukturemechanische Ansätze in den Vordergrund, wodurch simulativ das Verhalten des Reifens unter beliebigen Belastungszuständen analysiert werden kann. Dadurch bietet ein solches Modell die Möglichkeit einen Reifen vollständig simulativ zu parametrieren und somit den experimentellen Aufwand zu minimieren. In dem folgenden Beitrag wird die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Erstellung eines strukturemechanischen Modells für einen Superelastikreifen vorgestellt.

*[Schlüsselwörter: Reifen, Modellierung, Finite Elemente Methode, Parameteridentifikation, Materialmodellierung]*

**T**he mechanical properties of tires are very important in many ways. The loading conditions and the resulting deformations are frequently very difficult to describe. For the analysis of these mechanical properties, structural mechanics approaches will come to the fore, whereby the behavior of the tire can be simulatively analyzed under any load conditions. This structural mechanics model offers the possibility to parameterize a tire completely simulatively to minimize the experimental effort. The following article presents the basic procedure for the creation of a structural mechanics model for a super elastic tire.

*[Keywords: Tires, Modeling, Finite Element Method, Parameteridentification, Materialmodeling]*

## 1 EINLEITUNG

Reifen fungieren als Bindeglied zwischen Fahrzeug und Fahrbahn und nehmen eine bedeutende Rolle für Radfahrzeuge ein. Für die Beurteilung von Fahr- und Kippstabilität, sowie der Schwingungsbelastung auf den Fahrer bei Flurförderzeugen, kommen Mehrkörpersystem-Simulationen (MKS-Simulationen) zum Einsatz, die eine detaillierte Auskunft über das Fahrzeugverhalten zulassen. Für die Gesamtfahrzeugsimulation von Flurförderzeugen ist die Kenntnis der dynamisch-mechanischen Eigenschaften der eingesetzten Reifen ein essentieller Faktor für realitätsnahe Ergebnisse. Die vollständige Parametrierung eines Superelastikreifens (SE-Reifen) ist durch experimentelle Versuche nur sehr schwer zu realisieren. Um trotz dessen einen geschlossenen Parametersatz zu erzeugen, wird in diesem Beitrag ein strukturemechanischer Ansatz zur Identifikation der fehlenden Parameter vorgestellt. Hierfür wird ein Reifenmodell mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) formuliert, welches virtuell beliebigen Prüfzenarien ausgesetzt werden kann. Neben der Generierung eines umfangreichen Parametersatzes steigert die detaillierte Analyse das Verständnis für die komplexen physikalischen Reifeneigenschaften, was gerade hinsichtlich der Weiterentwicklung von geometrischen und materiellen Varianten sehr hilfreich sein kann. Darüber hinaus, bietet ein solcher Ansatz den Vorteil, dass relativ schnell und kostengünstig der Einfluss verschiedener Parameter auf das Gesamtverhalten des Reifens erforscht werden kann.

## 2 MODELLAUFBAU

Das strukturemechanische Modell, welches in diesem Beitrag vorgestellt wird, basiert auf den Reifentyp SC20 200/50-10 der Firma Continental und stellt ein gängiges Format für Gegengewichtsstapler mit einer Tragfähigkeit von zwei Tonnen dar. Das Modell wird zunächst für quasistatische Simulationen sowie dynamische Analysen am stehenden Rad konzipiert.

Neben der geometrischen Modellierung und der damit verbundenen Diskretisierung, werden die Ergebnisse erheblich durch die Abbildung des Materialverhaltens beeinflusst, welches durch geeignete kontinuumsmechanische Materialmodelle abgebildet wird.

## 2.1 GEOMETRIE UND VERNETZUNG

Wie oben schon angesprochen, rückt aufgrund der speziellen Bauform von SE-Reifen die Abbildung der Geometrie sowie der Materialeigenschaften in den Vordergrund. Der schematische Aufbau eines SE-Reifens ist in Abbildung 1 dargestellt. Der Querschnitt des Reifens ist in drei unterschiedliche Schichten unterteilt, welche aufgrund ihrer verschiedenen Materialeigenschaften zum Gesamtverhalten des Reifens beitragen. Das sehr abriebfeste Laufgummi umschließt hierbei die hochelastische Zwischenschicht, welche dem Reifen eine dämpfende Wirkung verleiht [Con07]. Die im Vergleich zur Lauf- und Zwischenschicht sehr harte Bodenschicht ermöglicht einen festen Sitz auf der Felge und trägt aufgrund ihrer hohen Steifigkeit nicht erheblich zur Gesamtverformung bei.

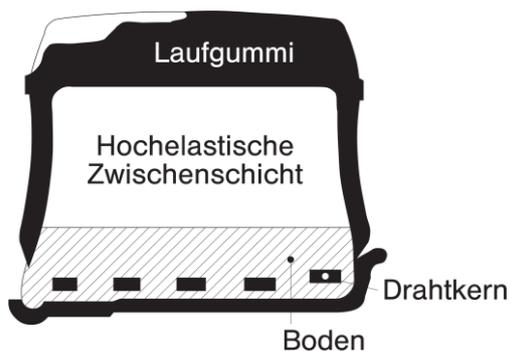


Abbildung 1. Schematische Schnittansicht eines SE-Reifens [Con07]

Abbildung 2 zeigt das 3D-Modell des Reifens, welches aus einer detaillierten Schnittansicht erstellt wurde. Dieses Modell dient als Grundlage für den Aufbau des strukturmehchanischen Modells. Neben der detaillierten Abbildung der oben erwähnten Schichten, ist die Berücksichtigung des Profils von großer Bedeutung, da sich im Vergleich zu einer glatten Laufschiene ein vollkommen unterschiedliches mechanisches Verhalten im Bereich des Latsches<sup>1</sup> einstellt.



Abbildung 2. Schnittdarstellung des 3D-Modells des SE-Reifens

Neben der korrekten Darstellung der Geometrie ist die Diskretisierung des Modells von großer Bedeutung. Hierfür wird eine inhomogene Vernetzung verwendet, welche im Bereich der Aufstandsfläche des Reifens deutlich feiner ausgeführt ist. Dies hat zur Folge, dass die Vorgänge in diesem Bereich sehr viel detaillierter betrachtet werden können. Zusätzlich ist dieser Bereich mit Hexaederelementen vernetzt, wobei der restliche Bereich mit Tetraederelementen diskretisiert wird. Dies sorgt aufgrund der höheren Anzahl an Integrationspunkten für eine zusätzliche Erhöhung des Detaillierungsgrades in diesem Bereich des Modells. Darüber hinaus weisen Hexaederelemente eine deutlich realistischere Spannungsverteilung sowie ein besseres Konvergenzverhalten bei Kontaktproblemen auf [SSK11]. Da durch die großen Verzerrungen im Kontaktbereich, welche aufgrund des hochelastischen Materials resultieren, Konvergenzschwierigkeiten zu erwarten sind, bildet die Vernetzungsqualität in diesem Bereich die Grundlage für eine erfolgreiche Berechnung. Damit sich die Rechenzeiten noch in einem vertretbaren Rahmen bewegen, wird sowohl bei den Hexaeder- als auch bei den Tetraederelementen eine lineare Formfunktion verwendet. Abbildung 3 stellt das vernetzte Modell dar, welches aufgrund der auftretenden Belastungszustände in halbiertem Maßstab ausgeführt wird. Bei dem Detaillierungsgrad des Profils sind leichte Vereinfachungen getroffen worden, da ansonsten die Formulierung einer geschlossenen Vernetzung deutlich erschwert worden wäre. Durch die Ausnutzung des symmetrischen Aufbaus kann eine deutliche Reduzierung der Rechenzeit erzielt werden.

<sup>1</sup> Reifenaufstandsfläche, welche sich aufgrund der Radlast einstellt und den Kontakt zur Straße darstellt

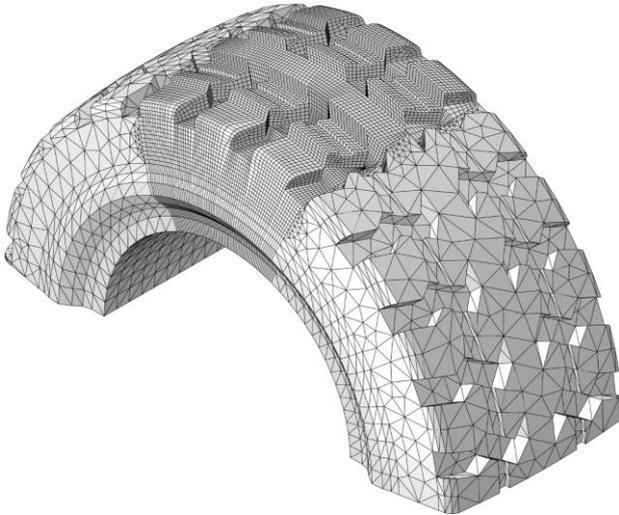


Abbildung 3. Halbiertes diskretisiertes Modell des SE-Reifens

## 2.2 MATERIALMODELLIERUNG

Die Eigenschaften des Materials eines Körpers werden durch geeignete Materialmodelle beschrieben, so dass der Zusammenhang zwischen den Spannungen und Verzerrungen des Körpers hergestellt wird [Win97]. Wird lediglich der statische Belastungszustand betrachtet, muss bei der Formulierung des Materialmodells sichergestellt werden, dass große elastische Verformungen zulässig sind. Um große Deformationen nahezu reversibel zu ertragen werden bei der Modellierung von Elastomeren hyperelastische Materialmodelle eingesetzt [Höf08]. Diese Modelle sind dadurch charakterisiert, dass die Spannungstensoren aus einer skalaren Funktion, der Verzerrungsenergiedichte  $W$  abgeleitet werden [Nac92]. Über diese Funktion wird somit der Spannungszustand an das zu beschreibende Material angepasst. Es besteht eine Vielzahl von Modellierungsansätzen zur Beschreibung dieser Materialien. Für eine detaillierte Übersicht der gängigen Ansätze ist hiermit auf [Böl05] verwiesen. Bei dem in diesem Beitrag vorgestellten Modell findet der Ansatz nach Ogden Anwendung, da er gerade bei großen Verzerrungen weiterhin gute Übereinstimmungen liefert.

Der wohl bekannteste Zusammenhang zwischen Spannung und Verzerrung ist der linear-elastische Ansatz nach Hooke:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

Bei diesem einfachen Ansatz besteht ein proportionaler Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung, welcher durch den Materialtensor  $\boldsymbol{C}$  beeinflusst wird. Da aufgrund des stark nichtlinearen Verhaltens der betrachteten Materialien dieser Ansatz nur bei sehr kleinen Verformungen

Gültigkeit besitzt, wird der Spannungszustand der oben erwähnten hyperelastischen Materialien folglich bestimmt. Hierbei wird der Zusammenhang zwischen dem angesprochenen Spannungszustand und der Verzerrungsenergiedichte durch folgenden Ansatz gebildet:

$$\boldsymbol{P} = \rho_{ref} \frac{\partial W(\boldsymbol{F})}{\partial \boldsymbol{F}} \quad (2)$$

wobei  $\boldsymbol{P}$  der Erste Piola-Spannungstensor ist und  $\boldsymbol{F}$  der Deformationsgradient. Durch partielle Ableitung der Verzerrungsenergiedichte nach dem Verzerrungstensor  $\boldsymbol{E}$  und Wechsel der Bezugskonfiguration lässt sich der Zweite Piola-Spannungstensor  $\boldsymbol{S}$  bzw. der Cauchy-Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  bestimmen:

$$\boldsymbol{S} = \rho_{ref} \frac{\partial W(\boldsymbol{E})}{\partial \boldsymbol{E}} \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial W(\boldsymbol{e})}{\partial \boldsymbol{e}} \quad (4)$$

Die Verzerrungsenergiedichte als Funktion der Eigenwerte<sup>2</sup> von  $\boldsymbol{F}$  des Ogden-Modells ist definiert durch:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D} (J - 1)^{2i} \quad (5)$$

wobei  $\alpha_i$  und  $\mu_i$  Materialkonstanten sind,  $J$  die Determinante von  $\boldsymbol{F}$  und  $D$  eine zusätzliche Materialkonstante, welcher von dem Kompressionsmodul abhängig ist. Durch  $N$  wird die Ordnung des Modells festgelegt.

Da dieses Modell jedoch lediglich für die Abbildung von quasistatischen Belastungen geeignet ist, muss zusätzlich ein Materialmodell formuliert werden, welches das dynamische Verhalten des Werkstoffes abbilden kann. Hierbei ist es von besonderer Bedeutung, dass das frequenzabhängige Übertragungsverhalten des Materials richtig abgebildet wird. Hierfür kommen viskoelastische Materialmodelle zum Einsatz. Diese sind durch zeitabhängiges Verhalten gekennzeichnet, so dass sich die angesprochene Frequenz- bzw. Ratenabhängigkeit realisieren lässt. Ein häufig verfolgter Ansatz zur Beschreibung des viskoelastischen Materialverhaltens basiert auf der Kombination von Hookeschen Feder und Newtonschen Dämpferelementen [Bet01, SSK11]. Hierfür werden diese Elemente üblicherweise durch Hintereinanderschaltung zu einem Maxwell-Element zusammengefasst. Da zur Beschreibung des komplexen Verhaltens von Elastomeren jedoch ein Maxwell-

<sup>2</sup> häufig durch Hauptstreckungen oder engl. principal stretches gekennzeichnet

Element nicht ausreichend ist, wird dieses in der FEM vorzugsweise durch eine Summe aus mehreren  $e$ -Funktionen approximiert, die somit eine Parallelschaltung von mehreren Maxwell-Elementen repräsentiert [Aba11]. Diese Summation von  $e$ -Funktionen ist als Prony-Reihe bekannt und besitzt die Form:

$$E(t) = E_0 \left[ 1 - \sum_{i=1}^N g_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \right] \text{ mit } g_i = \frac{E_i}{E_0} \quad (6)$$

Die zeitlich abhängige Spannung wird dann über den folgenden Zusammenhang bestimmt:

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon \quad (7)$$

In dieser Form kommt die Prony-Reihe zur Beschreibung langzeitiger Lastverläufe zum Einsatz. Um das frequenzabhängige Verhalten bei dynamischer Beanspruchung zu modellieren, gelten zusätzlich die folgenden Zusammenhänge [Aba11]:

$$E'(\omega) = E_0 \left[ 1 - \sum_{i=1}^N g_i \right] + E_0 \sum_{i=1}^N \frac{g_i \tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (8)$$

$$E''(\omega) = E_0 \sum_{i=1}^N \frac{g_i \tau_i \omega}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (9)$$

wobei  $E'(\omega)$  und  $E''(\omega)$  den Speicher- und Verlustmodul,  $\tau_i$  die Relaxationszeit,  $\omega$  die Kreisfrequenz der dynamischen Belastung und  $N$  die Anzahl der Prony-Terme darstellt. Der Speichermodul ist dabei ein Maß für die im Material reversibel gespeicherten Energieanteile, während der Verlustmodul die dissipativen, irreversiblen Anteile widerspiegelt [Höf08]. Die Summe aus Speicher- und Verlustmodul ergibt den sog. komplexen Modul  $E^*(\omega)$  und charakterisiert das Materialverhalten bei dynamischer Anregung.

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega) \quad (10)$$

Somit werden durch den komplexen Modul Steifigkeits- und Dämpfungseffekte frequenzabhängig berücksichtigt. Dies sind Effekte, die bei dem Übertragungsverhalten von Reifen sehr ausgeprägt zu beobachten sind.

Damit das reale statische und dynamische Werkstoffverhalten des Reifens durch die vorgestellten Materialmodelle richtig abgebildet wird, müssen sie durch experimentelle Daten parametrisiert werden. Hierfür werden Proben der drei Materialschichten angefertigt und genormte Versuche an ihnen durchgeführt. Zum einen werden quasistatische Zug- und Druckversuche für die separaten Schichten durchgeführt um die hyperelastischen Modelle zu parametrisieren. Aus dem Zusammenhang zwischen Zugspannung und -

dehnung lässt sich der nichtlineare E-Modul ermitteln, woraus zusätzlich der Schubspannungsverlauf des Materials ermittelt werden kann. Hierbei gilt:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (11)$$

Zum anderen werden dynamische Druckversuche an den Schichten durchgeführt, so dass der Speicher- und Verlustmodul in Abhängigkeit der Frequenz bestimmt wird. Hiermit wird das viskoelastische Modell auf die dynamischen Materialeigenschaften angepasst. Durch die Implementierung der Materialdaten der verschiedenen Schichten sind die oben beschriebenen phänomenologischen Ansätze somit parametrisiert und bilden kombiniert das mechanische Verhalten des Gesamtreifens korrekt ab.

### 3 MODELLVALIDIERUNG

Um eine hinreichende Gültigkeit des strukturmechanischen Reifenmodells für den vorgesehenen Einsatzfall nachzuweisen, werden einfache Versuche mit Hilfe des Modells nachgebildet und die damit gewonnenen Simulationsergebnisse mit den entsprechenden Versuchsergebnisse verglichen. Die Berechnungen werden mit der kommerziellen Finite Elemente Software ABAQUS durchgeführt. Für die Validierung des quasistatischen Modellverhaltens werden Versuchsdaten der radialen Einfederung herangezogen. Abbildung 4 zeigt die Gegenüberstellung der Mess- und Simulationsergebnisse, welche eine gute Übereinstimmung aufweisen. Dadurch kann gezeigt werden, dass die statischen Druckeigenschaften des Reifens realitätsnah abgebildet werden können.

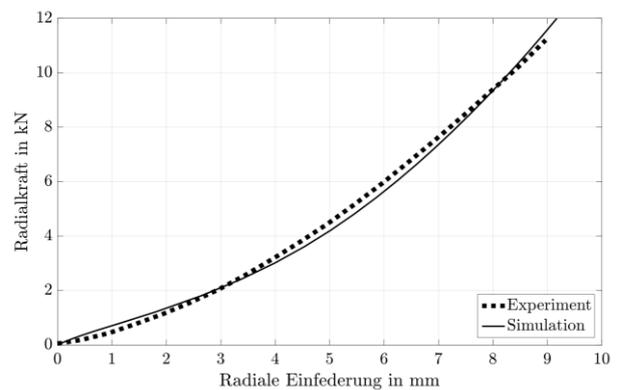


Abbildung 4. Gegenüberstellung der Simulations- und Messdaten der statischen Einfederung

Die dynamischen Eigenschaften werden mit Hilfe eines dynamischen Einfederungsversuches validiert. Hierbei wird der Reifen mit einem oszillierenden Kraftsignal belastet und die resultierende Verformung gemessen. Neben der Belastungshöhe wird die Frequenz der Belastung variiert, so dass die Abhängigkeit von diesen Einflussparameter

ebenfalls gezeigt werden kann. In Abbildung 5 ist exemplarisch die dynamische Einfederung des Reifens bei einer Mittellast von 2 kN und einer Amplitude von 1 kN bei einer Frequenz von 2 Hz und 10 Hz aufgetragen. Auch hier lässt sich eine zufriedenstellende Übereinstimmung erkennen.

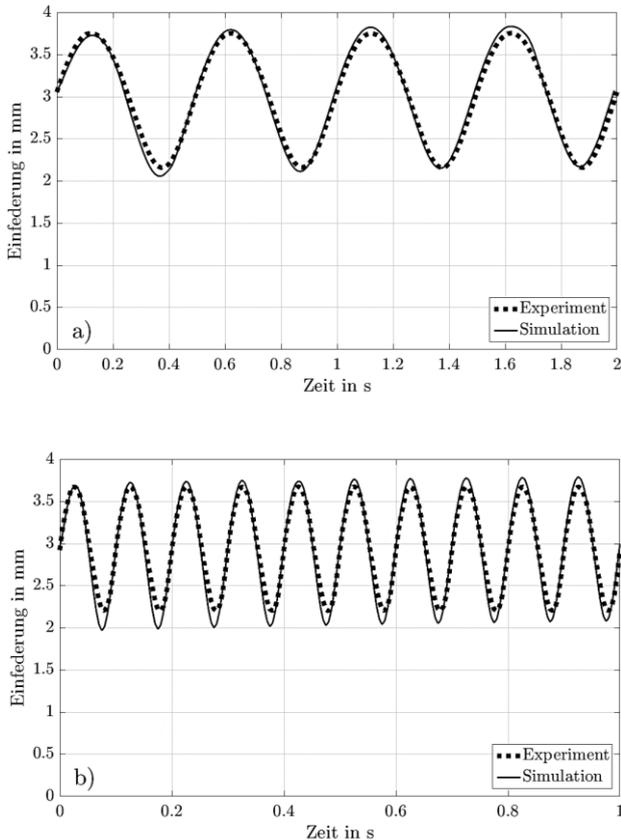


Abbildung 5. Gegenüberstellung der Simulations- und Messdaten der dynamischen Einfederung bei (a)  $f=2$  Hz und (b)  $f=10$  Hz

Es ist eine steigende Abweichung zwischen Experiment und Simulation bei Erhöhung der Frequenz zu erkennen. Im Experiment stellt sich ein steiferes Verhalten im Vergleich zur Simulation des Reifens ein. Daraus kann abgeleitet werden, dass die frequenzabhängige Zunahme der Steifigkeit nicht gänzlich richtig abgebildet wird. Eine mögliche Ursache könnte sein, dass die Reibkoeffizienten sowie die Kontaktsteifigkeit nicht in Abhängigkeit der Frequenz abgebildet werden. Zusätzlich wird bei dem oben beschriebenen linearen viskoelastischen Modell das Materialverhalten als isotrop angenommen. Dieser Ansatz besitzt somit bei dem mit Füllstoffen versetzten Gummimaterialien nur eine begrenzte Gültigkeit. Die Implementierung eines anisotropischen Ansatzes bedarf einen deutlich höheren Modellierungs- und Parametrierungsaufwand.

#### 4 ANWENDUNGSBEISPIEL ZUR PARAMETERIDENTIFIKATION

Wie eingangs bereits erwähnt ist ein mögliches Einsatzgebiet des vorgestellten Modells die vollständige Charakterisierung des mechanischen Verhaltens des Reifens. Bei der MKS-Gesamtfahrzeugsimulation von Flurförderzeugen ist die vollständige Parametrisierung der dabei zum Einsatz kommenden Reifenmodelle von großer Bedeutung. Strukturmechanische Modelle sind in der Gesamtfahrzeugsimulation noch keine Alternative, da die Rechenzeiten sich nicht in einem vertretbaren Rahmen bewegen [Chi12]. Ein Ansatz für ein rechenzeitoptimiertes Reifenmodell ist die Verkettung einer Vielzahl von flexiblen Elementen (Feder-Dämpfer-Elemente), welche zwischen den sogenannten Kontaktelementen (vgl. Abbildung 6) und der Felge sowie den Kontaktelementen untereinander angeordnet sind und somit die flexible Gummischicht des Reifens abbildet. Die Kontaktelemente stellen dabei die Lauffläche des Reifens dar und bilden somit den Kontakt zwischen Reifen und Fahrbahn. In Abbildung 6 ist der schematische Aufbau dieses Modellansatzes dargestellt.

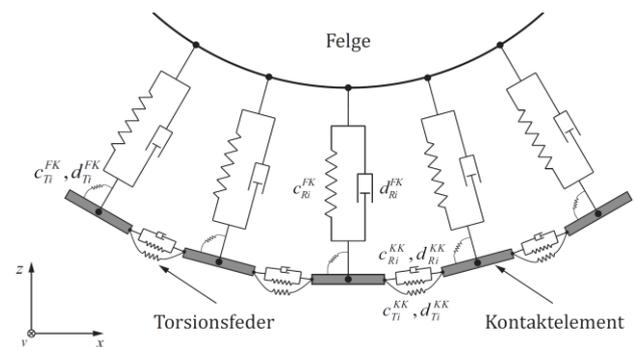


Abbildung 6. Schematische Darstellung des Aufbaus eines MKS-Reifenmodells

Um das Modell möglichst genau an das reale Reifenverhalten anzupassen, gilt es die reifenspezifischen Modellparameter zu bestimmen. Da sich ein geschlossener Parameteratz aus experimentellen Untersuchungen nur sehr schwer erzeugen lässt, rückt hierbei der oben beschriebene strukturmechanische Ansatz in den Vordergrund, um simulativ die fehlenden Parameter zu bestimmen. Speziell die Bestimmung der Steifigkeiten und Dämpfungen in Umfangsrichtung  $c_{Ti}^{FK}$ ,  $d_{Ti}^{FK}$  bzw.  $c_{Ri}^{KK}$ ,  $d_{Ri}^{KK}$  (s. Abbildung 6) sind hierbei von großem Interesse. Neben der Bestimmung dieser Parameter lässt sich zusätzlich eine Aussage über den Einfluss geometrischer und materieller Variationen auf das mechanische Reifenverhalten treffen.

#### 5 AUSBLICK

Im nächsten Schritt wird das Modell durch umfangreiche Simulationsstudien zur oben bereits angesprochenen Parameteridentifikation eingesetzt. Darüber hinaus gilt es

die Gültigkeit des Modells durch zusätzliche Validierungen zu erweitern.

Da das Modell in der momentanen Konfiguration lediglich für quasistatische bzw. dynamische Untersuchungen am stehenden Rad geeignet ist, rückt eine Erweiterung des Modells zur Darstellung der komplexen dynamischen Abläufe am rollenden Rad in den Vordergrund. Hierfür besteht jedoch die Notwendigkeit die Vernetzung des Modells auf diesen Zustand anzupassen. Zusätzlich müssen die Phänomene des Rollkontaktes in dem Modell berücksichtigt werden. Mit diesem erweiterten Modell bestünde die Möglichkeit einer deutlich umfangreicheren Reifenoptimierung. U.a. könnten die Deformationszustände bei einer Schwellenüberfahrt oder die Kräfteentwicklung bei Kurvenfahrten simulativ analysiert werden. Dies wäre ein großer Vorteil, da gewisse Vorgänge bei diesen Fahrzuständen nur bedingt experimentell zu erklären sind. Die gewonnen Erkenntnisse könnten ebenfalls für eine konstruktive Optimierung des Reifens von großem Interesse sein.

#### LITERATUR

- [Aba11] Dassault Systèmes: *Abaqus Analysis User's Manual*. Providence RI, U.S.A., 2011.
- [Bet01] Betten, Josef: *Kontinuumsmechanik – Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe*. Berlin, Springer-Verlag, 2001. – ISBN 3-540-42043-6
- [Böl05] Böhl, Markus: *Numerische Simulation von Polymernetzwerken mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode*. Dissertation, Bochum, Ruhr Universität Bochum, Institut für Mechanik, 2005.
- [Chi12] Chiarello, Raffaella: *Ein physikalisch motiviertes Reifen-Fahrbahnmodell für die Gesamtfahrzeugsimulation*. Dissertation, Hannover, Leibniz Universität Hannover, Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik, 2012.
- [Con07] Continental AG: *Technischer Ratgeber Industrie- / MPT- / EM-Reifen*. Hannover, PR-Artikel, 2007.
- [Höf09] Höfer, Philipp: *Dynamische Eigenschaften technischer Gummiwerkstoffe – Experiment, thermomechanische Materialmodellierung & Implementierung in die FEM*. Dissertation, München, Universität der Bundeswehr München, Institut für Mechanik, 2009.
- [Mid02] Middendorf, Peter: *Viskoelastisches Verhalten von Polymersystemen – Materialmodellierung und Finite Elemente Implementierung bei kleinen und finiten Deformationen*. Dissertation, München, Universität der Bundeswehr München, Institut für Mechanik, 2002.
- [Nac92] Nackenhorst, Udo: *Zur Berechnung schnell rollender Reifen mit der Finite Elemente Methode*. Dissertation, Hamburg, Helmut-Schmidt-Universität Hamburg, Institut für Mechanik, 1992.
- [SSK11] Stommel, Markus; Stojek, Markus; Korte, Wolfgang: *FEM zur Berechnung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen*. München, Carl Hanser Verlag, 2011. – ISBN 978-3-446-42909-3
- [Win97] Winkelmann, Thomas: *Nichtlineare Werkstoffgesetze zur Berechnung von Automobilreifen*. Dissertation, Hannover, Leibniz Universität Hannover, Institut für Statik, 1997.

---

**Arne Pross, M.Sc.** studierte Maschinenbau an der Technischen Universität Braunschweig und ist seit Dezember 2015 am Lehrstuhl für Maschinenelemente und Technische Logistik an der Helmut-Schmidt-Universität in Hamburg als wissenschaftlicher Mitarbeiter tätig.

**Prof. Dr.-Ing. Rainer Bruns** hat Luft- und Raumfahrt an der Technischen Universität Braunschweig studiert und ist seit 1992 Leiter des Lehrstuhls für Maschinenelemente und Technische Logistik an der Helmut-Schmidt-Universität in Hamburg.

Adresse: Helmut-Schmidt-Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg, Fakultät für Maschinenbau, Lehrstuhl für Maschinenelemente und Technische Logistik, Holstenhofweg 85, 22043 Hamburg,

E-Mail: arne.pross@hsu-hh.de

Tel.: 040 6541 / 2910

E-Mail: rainer.bruns@hsu-hh.de

Tel.: 040 6541 / 2855