

# Durchsatzbetrachtungen für doppeltiefe Lager unter dem Einsatz von zwei Lastaufnahmemitteln

## Throughput analysis of double deep storage using dual capacity load-handling devices

Katharina Dörr  
Kai Furmans

Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme (IFL)  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

**S**pielzeitmodelle für automatisierte Lager sind auch nach 40 Jahre genauso aktuell wie zum Zeitpunkt ihrer Einführung. Für weiterentwickelte Lagersysteme, wie die einer doppeltiefen Lagerung in Kombination mit einem zweifachen Lastaufnahmemittel, werden sie komplexer und umfangreicher. Für diese Konfiguration wurden daher zwei grundlegende mathematische Modelle entwickelt, die in dieser Arbeit quantitativ und qualitativ verglichen werden. Darüber hinaus werden weitere Variationsmöglichkeiten der Modellierung angesprochen und mittels Simulation bewertet.

[Schlüsselwörter: Spielzeiten, Vierfachspiel, Doppeltief, Zweifache Lastaufnahme, Mathematische Modellierung]

**T**ravel time models are as relevant as ever, even 40 years after their first introduction. For current storage and retrieval systems (AS/RS), such as double-deep storage positions and dual capacity load handling devices, they are more complex and extensive. Two basic mathematical models have been developed for this configuration, which are compared both quantitatively and qualitatively. In addition, further variations of our modeling are addressed and evaluated by means of simulation.

[Keywords: Travel-time, Quadruple Command Cycle, Double-deep, Dual load handling device, Mathematical modeling]

### 1 EINLEITUNG

Durchsatzbetrachtungen und Spielzeitmodelle für automatische Regalbediengeräte sind seit der erstmaligen Thematisierung durch Gudehus [Gud72] sowie Bozer und White [BW84] ein seit Jahrzehnten relevantes und aktuelles Thema. Die Modelle werden kontinuierlich weiterentwickelt und angepasst. Auch, weil neue Lagerbauformen und Konfigurationen entwickelt werden, entsteht immer wieder der Bedarf, die Modelle zu erweitern. Eine noch eher jüngere Konfiguration stellt ein Regalbediengerät dar, das über zwei Lastaufnahmemittel (LAM) verfügt und eine doppeltiefe Regalwand bedient. Diese Lagerkon-

figuration wird in der Praxis bereits häufig eingesetzt, dennoch existiert bisher weder ein Grundmodell, um die Spielzeit exakt zu berechnen, noch eine entsprechende Norm.

Dörr und Furmans [DF16] präsentieren ein analytisches Modell, das eine Möglichkeit zur Spielzeitbestimmung dieser Konfiguration bietet. Sie gehen dabei von einer rein zufälligen Abarbeitung innerhalb des Vierfachspiels und einer zufälligen Lagerplatzvergabe aus. Außerdem können in ihrem Modell Umlagerungen entweder in ein weiteres freies Fach („normale Umlagerung“) oder mithilfe der beiden Lastaufnahmemittel („Tango“) durchgeführt werden. So entsteht ein grundlegendes Modell, passend zu den bekannten Spielzeitmodellen und deren Annahmen. Dennoch gibt es für das Vierfachspiel mit Umlagerung verschiedene berechnete Varianten, die über dieses Grundmodell hinausgehen. So können z.B. die vier anzufahrenden Positionen im Lager oder das Umlagerfach auf unterschiedliche Art und Weisen ausgewählt werden.

Deshalb wird im Rahmen dieses Artikels eine zweite Variante des analytischen Modells vorgestellt, die die zufällige Abarbeitungsreihenfolge in der Art einschränkt, dass mehr Umlagerungen als „Tango“ durchgeführt werden. Die beiden Modelle werden sowohl qualitativ, bezüglich Auswirkungen auf den operativen Betrieb, als auch quantitativ, also hinsichtlich der erreichten Durchsatzleistung, verglichen. Entscheidende Parameter des Vergleichs, wie z.B. die Berechnung der Zeit zur Durchführung einer Umlagerung, werden diskutiert. Es werden zudem weitere mögliche Stellhebel zur Verbesserung der Abarbeitung, die über das analytische Modell hinausgehen, vorgestellt und untersucht. Dabei interessiert das Potential zur Durchsatzsteigerung in realen Umgebungen gegenüber dem Grundmodell. Die verschiedenen Möglichkeiten werden für zwei Beispielkonfigurationen mithilfe der Ergebnisse einer Simulation verglichen.

Der Artikel ist wie folgt strukturiert: Zunächst wird im folgenden Kapitel auf die relevanten Grundlagen zu Spielzeitmodellen und Durchsatzbestimmung bei ver-

wandten Konfigurationen eingegangen. In Kapitel 3 wird das analytische Modell zur Spielzeitbestimmung für ein zufälliges Vierfachspiel im doppeltiefen Lager vorgestellt. In Kapitel 4 wird zunächst die zweite Variante des Modells hergeleitet und darauf aufbauend auf die spezifischen Vor- und Nachteile der beiden Modelle eingegangen. Es folgt mit Kapitel 5 die Identifikation und Bewertung weiterer Varianten. Der Beitrag endet mit einem Ausblick auf weitere Strategien sowie einem Fazit in Kapitel 6.

## 2 GRUNDLAGEN

In der Fachliteratur gibt es zahlreiche Publikationen zu verschiedenen Spielzeitmodellen und Durchsatzbetrachtungen auf analytischem oder experimentellem Wege. Die im Folgenden genannten Veröffentlichungen beziehen sich zunächst auf einen der beiden folgenden Bereiche; entweder die doppeltiefe Lagerung oder den Einsatz von Zweifachlastaufnahmemitteln, welche den Transport von zwei Ladeeinheiten ermöglichen. Anschließend werden, soweit vorhanden, Veröffentlichungen vorgestellt, die sich mit der Kombination beider Bestandteile beschäftigen.

Im Bereich solcher Mehrfachlastaufnahmemittel sind folgende Veröffentlichungen zu nennen: Gudehus [Gud72] betrachtet die Möglichkeiten für den Einsatz von Mehrfachlastaufnahmemitteln und weist damit erstmals auf eine Durchsatzsteigerung im Vergleich zur einfachen Lastaufnahme hin. Grafe [Gra97] kommt in seinen Untersuchungen zu ähnlichen Ergebnissen. Sarker et al. [SSLH91] betrachten den Einsatz der Nächsten-Nachbar Heuristik und können ebenfalls erhebliche Potentiale zur Durchsatzsteigerung zeigen. In einer ähnlichen Untersuchung wird diese Aussage auch bei einer Einteilung der Regalwand in umschlagsbasierte Lagerklassen bestätigt [SMS94]. Keserla und Peters [KP94] betrachten eine Konfiguration mit einem zweifachen Lastaufnahmemittel und weisen gleichermaßen Durchsatzsteigerungen aus, auch unter Berücksichtigung der Spielzeiten des Lastaufnahmemittels. Meller und Mungwattana [MW97] bestätigen diese Ergebnisse für den FCFS-Fall, die Nächste-Nachbar Heuristik sowie darüber hinaus für die Reverse-Nächste-Nachbar Heuristik. Dooly und Lee [DL08] stellen in diesem Kontext Durchsatzbetrachtungen für einen schichtbasierten Fall an und können ebenfalls eine erhöhte Leistung im Vergleich zur einfachen Lastaufnahme nachweisen. Auch Malmberg [Mal00] beschäftigt sich mit der Dimensionierung von Systemen mit zweifacher Lastaufnahme. Entscheidend ist hierbei die Berücksichtigung der tatsächlichen Auftragslast anstatt der Annahme von Volllast. Azzi et al. [ABFPS11] präsentieren eine Methode zur Durchsatzbestimmung bei zweifachem Lastaufnahmemittel. Sie erweitern die in der FEM.9.851 [FEM03] bestehenden repräsentativen Fächer um weitere Positionen, die mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation ermittelt wurden.

Für doppeltiefe Regalkonstellationen wird eine grundlegende Arbeit von Lippolt [Lip03] vorgestellt. Ihm gelingt die exakte Umlagerwahrscheinlichkeit für die doppeltiefe Lagerkonfiguration herzuleiten und analytisch zu bestimmen. Somit ist er in der Lage für das Doppelspiel im Doppeltiefen die Spielzeitformel auf der Basis des Bozer/White-Modells [BW84] anzugeben. Als wichtiger Parameter kommt hier der Füllgrad hinzu, in dessen Abhängigkeit sich der Umlageraufwand bestimmt. Auch Lerher et al. [LSPT10] präsentieren ein Modell, um die Spielzeit in einem doppeltiefen Lager mit automatischem Regalbediengerät zu bestimmen. Das Ergebnis ist jedoch zweigeteilt, für die beiden Füllgrad-Bereich kleiner und größer 50%, und beinhaltet vereinfachende Annahmen hinsichtlich der Fach-Belegung. Die Umlagerfachentfernung wird aus der Approximation der FEM 9.851 übernommen.

Hinsichtlich der Kombination der beiden Kernbestandteile, also der doppeltiefen Lagerung mit Zweifach- bzw. Mehrfach-Lastaufnahme, sind folgende Publikationen zu hervorzuheben: Garlock und Oser [OG98], [Gar97] untersuchen ein doppeltiefes Lagersystem mit einem Mehrfachlastaufnahmemittel, das drei Kleinteilebehälter aufnehmen kann. Der Fokus liegt hier jedoch auf der zusätzlichen Berücksichtigung der z-Dimension, also der Bewegungsrichtung des Lastaufnahmemittels bei der Bestimmung der Spielzeit. Demnach wird mittels eines analytischen Modells die mittlere Spielzeit für ein Sechsfachspiel entwickelt, wobei vereinfachte Annahmen hinsichtlich der Fach-Belegung sowie einer festen Umlager-Entfernung von einem Fachabstand angenommen werden. Ihre Ergebnisse können sie anhand einer Simulation verifizieren. Seemüller [See05] stellt Überlegungen zu verschiedenen Spielzeitkomponenten und zu deren Bestimmung für verschiedene Lagerkonfigurationen an. Die Systemkonfigurationen reichen dabei vom einfachtiefen Lager mit einem Lastaufnahmemittel bis zum doppeltiefen Lager mit drei Lastaufnahmemitteln. Seemüller liefert hierbei einen Ansatz zur Bestimmung der Spielzeit eines Regalbediengeräts mit zwei Lastaufnahmemitteln bei doppeltiefer Lagerung. Sein Spielzeitmodell beinhaltet eine Approximation für die Umlagerfach-Entfernung und greift für die Umlagerwahrscheinlichkeit vereinfachend auf den Wert von Lippolt für den einfachen LAM-Fall zurück. Xu et al. [XSYH14] führen Spielzeitberechnungen für ein automatisches Regalsystem mit zwei Lastaufnahmemitteln und doppeltiefer Lagerung durch. Zu den getroffenen Annahmen zählt eine feste Abarbeitungsreihenfolge, bei der zuerst beide Einlagerungen und dann beide Auslagerungen durchgeführt werden, sowie Einschränkungen hinsichtlich der Kanal-Belegung, die eine zufällige Belegungsstrategie der Lagerplätze ausschließen.

Die zuletzt genannten Veröffentlichungen zeigen die Forschungslücke auf, da in den darin entwickelten Ansätzen jeweils Vereinfachungen und einschränkende Annahmen für das Vierfachspiel im Doppeltiefen gelten.

Dadurch entsteht die Motivation für das Grundmodell, sowie dessen hier thematisierte Varianten.

### 3 GRUNDMODELL FÜR VIERFACHSPIEL IM DOPPELTIEFEN

Das im Folgenden vorgestellte Modell zur Bestimmung der Spielzeit eines Vierfachspiels bezieht sich auf eine Gasse mit doppeltiefer Lagerung je Lagerkanal, die von einem automatischen Regalbediengerät mit zwei nebeneinanderliegenden Lastaufnahmemitteln bedient wird. Darüber hinaus werden die folgenden Annahmen getroffen:

- Jeder Lagerkanal der rechteckigen Regalwand hat zwei Lagerpositionen, eine gangnahe sowie eine gangferne Position, die als verschiedene und unabhängige Lagerplätze angesehen werden.
- In einem doppelt belegten Lagerkanal gilt für beide Plätze die gleiche Zugriffswahrscheinlichkeit. Soll aus einem doppelt belegten Kanal die hintere, gangferne Einheit ausgelagert werden, kommt es zu einer Umlagerung der vorderen Einheit, um den Zugriff auf die hinten stehende Einheit zu gewähren.
- Die Belegungs- und Zugriffsstrategie erfolgt zufällig aus allen Lagerplätzen mit folgender Einschränkung:
- Bei einer Einlagerung (sowie Umlagerung) wird immer der tiefst mögliche Platz ausgewählt, das heißt, eine Belegung, bei der nur der gangnahe Platz besetzt ist, wird ausgeschlossen.

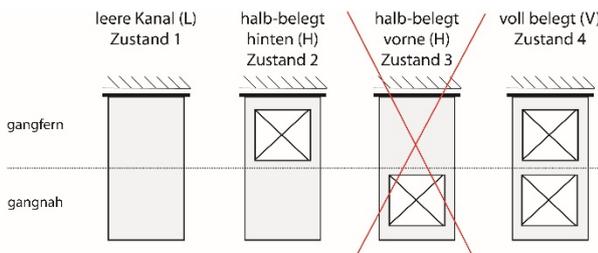


Abbildung 1. Mögliche Lagerkanalzustände

- Sind zum Zeitpunkt einer Umlagerung beide Lastaufnahmemittel frei, wird die Umlagerung mit Hilfe dieser durchgeführt, ohne ein weiteres Umlagerfach zu benötigen („Tango“). Ist das nicht möglich, weil nur ein Lastaufnahmemittel zur Verfügung steht, wird von einer „Nächsten-Nachbar“ Logik für die Wahl des Umlagerfaches ausgegangen.
- Die beiden Lastaufnahmemittel können unabhängig voneinander auf Lagerkanäle zugreifen und können beide sowohl auf die gangnahe, als auch die gangferne Position zugreifen.

- Der horizontale Abstand der beiden Lastaufnahmemittel entspricht dem Abstand zwischen zwei Lagerkanälen.

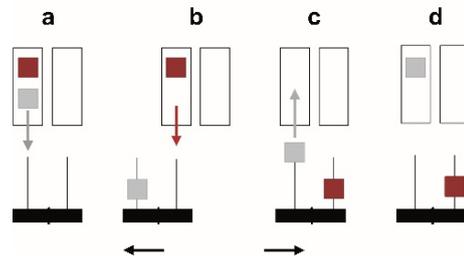


Abbildung 2. Darstellung der „Tango“ Umlagerung

- Es werden immer Vierfachspiele durchgeführt, Leerlauf- und Nichtbeschäftigungszeiten werden nicht berücksichtigt.
- Die Lastaufnahme zu Beginn eines Spiels sowie die Lastabgabe am Ende erfolgt für beide Einheiten gleichzeitig.
- In allen Modellen wird von Wandparameter gleich 1 ausgegangen, das heißt einem idealen Verhältnis von Geschwindigkeit und Abmessungen der Regalwand.

Für das Grundmodell der zufälligen Abarbeitung wird darüber hinaus folgendes angenommen:

- Die Reihenfolge der Abarbeitung eines Vierfachspiels wird zufällig bestimmt. Dadurch ergeben sich zwei mögliche Abläufe. Die erste Aktion ist immer eine Einlagerung (E), danach wird mit gleicher Wahrscheinlichkeit entweder eine weitere Einlagerung (Ablauf 1) oder eine Auslagerung (A) durchgeführt, was zum zweiten der beiden möglichen Abläufe führt.

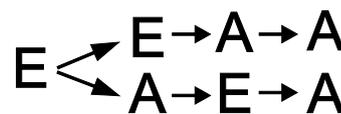


Abbildung 3. Betrachtete Abarbeitungsreihenfolgen

Im restlichen Verlauf dieses Kapitels werden die zentralen Elemente für die Herleitung des Grundmodells erklärt. Dabei wird zunächst erläutert, wie sich die Spielzeit zusammensetzen lässt. Anschließend wird auf die Schritte zur Herleitung der Umlager- und Tango-Wahrscheinlichkeit eingegangen. Es folgt eine Formulierung der noch fehlenden Elemente, der mittleren Zugriffszeiten und Umlagerspielzeiten, bevor die finale Spielzeitformel als Ergebnis dieses Abschnittes präsentiert wird.

#### 3.1 ZUSAMMENSETZUNG DER SPIELZEIT

Die Grundlage zur Herleitung ist die Spielzeit für das Vierfachspiel im Einfachtiefen ( $E(VF)$ ), die sich aus den Zeiten für die Durchführung eines Einfachspiels sowie

drei mittleren Querfahrten zusammensetzt. Die Zeit zur Durchführung eines Vierfachspiels bei Verwendung der Standard-Strategie setzt sich demnach aus der mittleren Spielzeit des Vierfachspiels im einfachtiefen Lager und den Spielzeiten für die Umlagerung in ein weiteres Lagerfach sowie der Umlagerung durch Ausnutzen beider freier Lastaufnahmemittel am Regalbediengerät („Tango“) zusammen. Zusätzlich kommen die mittleren Spielzeiten der Lastaufnahmemittel dazu, da die Zugriffstiefe im doppeltiefen Lager nicht deterministisch ist, sondern vom Zustand des ausgewählten Lagerkanals abhängt.



Abbildung 4. Zusammensetzung der Vierfachspielzeit im Doppeltiefen

Dabei muss in der späteren Formel die Umlagerwahrscheinlichkeit sowie die Wahrscheinlichkeit für die Durchführung eines Tangos jeweils doppelt berücksichtigt werden. Das liegt daran, dass in jedem Vierfachspiel zwei Auslagerungen vorkommen. Die Herleitungen für die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten sind jedoch auf eine Auslagerung bezogen und geben an, mit welcher Wahrscheinlichkeit bei einer einzelnen Auslagerung eine Umlagerung oder die Tango-Umlagerung vorkommen. Ein zentrales Element bei der Herleitung der Spielzeit für das Vierfachspiel ist die Bestimmung der Zustandswahrscheinlichkeiten der Lagerkanäle. Sie werden durch die Modellierung einer zeitdiskreten Markov-Kette bestimmt. Die verschiedenen Ein-, Aus- und Umlagervorgänge können in Abhängigkeit zu diesen Wahrscheinlichkeiten angegeben werden. Durch Kenntnis der einzelnen Zustandswahrscheinlichkeiten ergibt sich dann die Wahrscheinlichkeit für die jeweiligen Ereignisse. Alle bisher angesprochenen Wahrscheinlichkeiten hängen vom Füllgrad ( $z$ ) ab. Verdeutlichen kann man das durch folgende Überlegung: Mit steigendem Füllgrad sinkt die Zahl leerer Lagerkanäle, gleichzeitig entstehen vermehrt vollständig belegte Lagerkanäle, was außerdem zu mehr Umlagerungen führt.

### 3.2 BESTIMMUNG DER UMLAGER- WAHRSCHEINLICHKEITEN

In Abbildung 5 sind die einzelnen Schritte auf dem Weg zur Bestimmung der Umlager- und Tango-Wahrscheinlichkeit verdeutlicht. Im Folgenden wird auf einige zentrale Schritte eingegangen. Für eine detaillierte Herleitung sei an dieser Stelle auf Dörr & Furmans verwiesen [DF16].

Die zulässigen Belegungszustände eines Lagerkanals wurden bereits im Rahmen der Annahmen in Abbildung 1 definiert. Demnach gibt es drei mögliche Zustände in denen sich ein Lagerkanal befinden kann: Entweder sind beide Plätze frei (L), der Kanal ist halbvoll auf dem gangfernen Platz belegt (H) oder er ist komplett gefüllt (V). Die zulässigen Zustandsübergänge ergeben sich durch die

verschiedenen Möglichkeiten bei der Einlagerung, Auslagerung und Umlagerung. Ein einfaches Beispiel ist die Einlagerung in einen leeren Kanal (Typ L): Dabei wird die Einheit auf dem gangfernen Platz positioniert, der entsprechende Lagerkanal geht vom leeren (L) in den halbvollen Zustand (H) über. Ein Beispiel für einen Auslagervorgang ist die Auslagerung der gangfernen Einheit aus einem voll belegten Kanal. Ist zu diesem Zeitpunkt nur ein Lastaufnahmemittel verfügbar, ist eine Umlagerung nötig. Durch die benötigte Position für die Umlagerung ist auch ein weiterer Kanal betroffen. Die Umlagerung der blockierenden Einheit soll beispielsweise in einen leeren Kanal erfolgen.

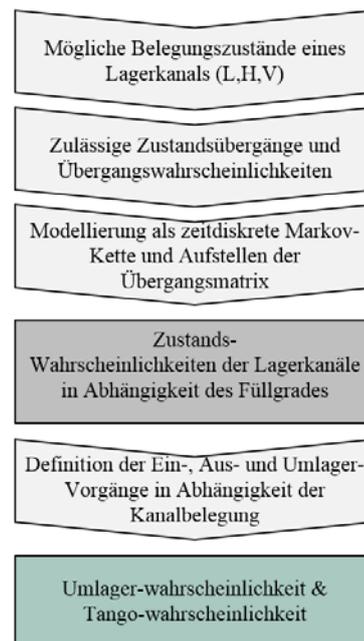


Abbildung 5. Bestimmung der Umlager- und Tango-Wahrscheinlichkeit

Die resultierenden Zustandsübergänge sind in Abbildung 6 dargestellt. Im oberen Bereich der Abbildung sind die Lagerkanäle für die Aus- und Umlagerung abgebildet; ersterer wird komplett leer, da beide Einheiten bei diesem Vorgang entnommen werden müssen. Der Kanal, in den umgelagert wird, geht vom leeren in den halbvollen Zustand über.

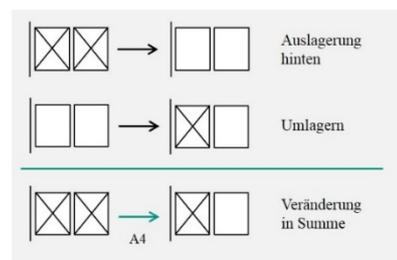


Abbildung 6. Ausgewähltes Beispiel des Zustandsüberganges bei Auslagerung mit Umlagerung in einen leeren Kanal

Im unteren Bereich der Abbildung ist die Gesamtveränderung des Systems dargestellt, also welche Zustandsübergänge sich in Summe im System dabei ereignen. Diese Art der Betrachtung ist wichtig, da in der Modellierung des stochastischen Prozesses und der daraus folgenden Markov-Kette die Veränderung des gesamten Systems abgebildet werden soll und nicht nur die einzelner Lagerkanäle. Die vollständige Markov-Kette, die sich aus allen zulässigen Zustandsübergängen ergibt, ist in Abbildung 7 dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass in jedem Zustand der Übergang in den selbigen, also ein Verbleib darin, möglich ist.

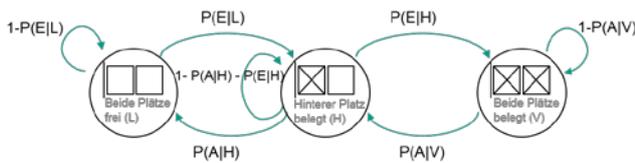


Abbildung 7. Markov-Kette aller zulässigen Zustandsübergänge

Ein wichtiger Schritt vor der Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten ist die Einführung des Füllgrads als Variable. Diesen kann man in einer Gleichung in Abhängigkeit der Lagerkanalzustände angeben, welche dann auch einen Bestandteil im zu lösenden Gleichungssystem darstellt. Er definiert sich demnach folgendermaßen:

$$z = \frac{2 \cdot P(V) + P(H)}{2}$$

Im letzten Schritt vor der Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeiten für die Umlagermöglichkeiten wird noch einmal das Beispiel aus Abbildung 6 heran gezogen. Dieser Vorgang lässt sich in Abhängigkeit der gefunden Kanalbelegung wie folgt angeben:

$$P(A4) = \frac{P(V)}{P(H) + 2 \cdot P(V)} \cdot \frac{P(L)}{P(L) + P(H)} \cdot \frac{3}{4}$$

Der erste Teil der Gleichung steht für die Auslagerung aus einem voll belegten Lagerkanal. Diese bestimmt sich aus der Wahrscheinlichkeit, auf einen vollbelegten Kanal zuzugreifen, geteilt durch die Wahrscheinlichkeit aller für eine Auslagerung in Frage kommenden Kanäle (Ausgelagert werden kann aus einem halbvollen Kanal (H) sowie von beiden Positionen eines voll belegten Kanals (V)). Der zweite Teil der Gleichung bestimmt die Wahrscheinlichkeit, in einen leeren Kanal einzulagern oder umzulagern. Dabei wird die Wahrscheinlichkeit, dass ein leerer Kanal ausgewählt wird ins Verhältnis gesetzt zur Wahrscheinlichkeit der in Frage kommenden Kanäle; in diesem Fall leere oder halbvolle. Zur Erklärung des letzten Teils der Gleichung (3/4) hilft die folgende Überlegung: Aus Abbildung 3 wird noch einmal klar, dass es zwei möglichen Sequenzen gibt, in denen ein Vierfachspiel durchgeführt werden kann. Für die untere Sequenz in der Abbildung (EAEA) besteht keine Möglichkeit, ei-

nen Tango durchzuführen, da das Lastaufnahmemittel nie ganz frei wird. Folglich bietet sich nur in der oberen Sequenz bei der ersten Auslagerung die Möglichkeit zur Durchführung des Tangos. Das bedeutet, es gibt eine von vier möglichen Auslager-Aktionen (bezogen auf die beiden Sequenzen), die für den Tango in Frage kommt. Bei ein Viertel der Auslagerungen ist also theoretisch ein Tango möglich. Umgekehrt bedeutet das dementsprechend, dass für eine Auslagerung einer verdeckt stehende Einheit, in drei von vier Fällen eine reguläre Umlagerung durchgeführt wird. Die Wahrscheinlichkeit für den entsprechenden Vorgang einer Auslagerung, die in Verbindung mit einem Tango durchgeführt wird, beinhaltet demnach den Term 1/4.

$$P(\text{Tango}) = \frac{(-\sqrt{-7z^2 + 40z + 16} + 5z + 4)}{16}$$

$$P(\text{Umlagern}) = \frac{3 \cdot (-\sqrt{-7z^2 + 40z + 16} + 5z + 4)}{16}$$

### 3.3 MITTLERE ZUGRIFFSZEITEN UND UMLAGER-SPIELZEIT:

Auch für die Berechnung der mittleren Zugriffszeiten werden die Wahrscheinlichkeiten für die Lagerkanalbelegung benötigt. Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Vorgänge können diese nun in Abhängigkeit der Zustandswahrscheinlichkeiten und folglich in Abhängigkeit zum Füllgrad angegeben werden. Die mittleren Spielzeiten des Lastaufnahmemittels beim Ein- und Umlagern sind identisch, da hier dieselben Regeln hinsichtlich der Belegung gelten: Entweder wird in einen leeren Kanal gangfern oder in einen halbvollen Kanal gangnah eingelagert bzw. umgelagert. Da sich die Möglichkeiten beim Auslagern davon unterscheiden, ergeben sich demnach davon abweichende Spielzeiten des Lastaufnahmemittels. Die exakten Formeln beider Werte sind im Anhang, mit  $E(t_{LAM}^E)$  und  $E(t_{LAM}^A)$  bezeichnet, nachzulesen. Für die Umlagerzeit, die benötigt wird, um bei einer regulären Umlagerung zum nächsten freien Fach zu fahren, wird die von Lippolt [Lip03] vorgestellte Approximation verwendet. Dabei verwendet er den Ansatz von Han et al. [HMSW87], aus zufälligen, stochastischen Distanzen die kürzeste auszuwählen. Die daraus resultierende numerische Lösung approximiert er in einer geschlossenen Formel. Ein zusätzlicher Korrekturterm sorgt dafür, dass für das diskrete Problem der Regalwand das Ergebnis für ein einziges verfügbares Fach, dem Ergebnis der mittleren Querfahrt von 7/15 entspricht. Was für das vorgestellte Modell im Vergleich zu Lippolt verändert werden muss, ist die Berechnung der Anzahl an potentiell für eine Umlagerung in Frage kommender Lagerkanäle. Dafür werden ebenfalls die zuvor bestimmten Zustandswahrscheinlichkeiten der Lagerkanäle verwendet. Die mittlere, normierte Wegzeit für das Umlagerspiel bei Wandparameter 1 beträgt dann:

$$E(dU) = 2 \cdot \left(\frac{7}{15}\right)^{1-\frac{pU}{F^*}} \cdot \frac{1}{\sqrt{pU}}$$

Wobei  $F^*$  die Anzahl Lagerkanäle des entsprechenden Lagers und  $pU$  die Anzahl potentieller Umlagerfächer angibt. Die Zeit zur Durchführung einer Tango-Umlagerung ( $t_{Tango}$ ) hängt hingegen nur von den Eigenschaften des Regalbediengeräts ab. Der Wert muss also je nach Parameterkonstellation einmal berechnet werden und kann dann konstant verwendet werden. Die Formel zur Berechnung der Spielzeit des Vierfachspiels im doppeltiefen Lager mit zweifachem Lastaufnahmemittel unter Verwendung der vorgestellten zufälligen Abarbeitung lautet dann:

$$E(VF_{dt}) = E(VF) + 2 \cdot (P(Umlagern) \cdot (t_{Umlager} + 2 \cdot t_{LAM}^E) + P(Tango) \cdot t_{Tango}) + 4 \cdot E(t_{LAM}^E) + 4 \cdot E(t_{LAM}^A) - 2 \cdot t_{LAM,gn}$$

Die Zeitanteile für die mittleren Zugriffszeiten müssen getrennt für die Einlagerung und die Auslagerungen angegeben werden. Sie beziehen außerdem die Aufnahme und Abgabe am I/O Punkt mit ein, wodurch die jeweilige Zeit zweimal für jeden Zugriff veranschlagt wird. Da in diesem Modell davon ausgegangen wird, dass die Lastaufnahme und Abgabe beider Einheiten am I/O Punkt gleichzeitig geschieht, muss die Zugriffszeit auf den gangnahen Platz ( $t_{LAM,gn}$ ) jeweils noch einmal für das Aufladen der Einlagereinheiten und das Abladen der Auslagereinheiten abgezogen werden.

#### 4 VARIATION DES GRUNDMODELLS UND VERGLEICH DER MODELLE

In diesem Kapitel wird zunächst erklärt, wie ein alternatives Modell zu dem, das im vergangenen Kapitel vorgestellt wurde, hergeleitet wird und die die veränderten Bestandteile davon präsentiert. Anschließend wird das schon bekannte Modell (1) mit dem neu eingeführten Modell (2) verglichen.

##### 4.1 VARIATION DES GRUNDMODELLS DURCH VERÄNDERUNG DER ABARBEITUNGSSEQUENZ

Das vorgestellte Grundmodell kommt maßgeblich durch die getroffenen Annahmen zu Stande. Hinsichtlich der Abarbeitung kann es eine durchaus berechtigte Annahme sein, einen festen Abarbeitungszyklus von EEAA durchzuführen, anstatt der zuvor angenommenen Wahl zwischen den beiden Sequenzen. Wie schon eingangs erwähnt, gibt es auch verschiedene Veröffentlichungen, die nur diese Variante betrachten (z.B. [XSYH14]). Dadurch ergibt sich in jedem Spiel die Möglichkeit, eine Tango-Umlagerung durchzuführen, falls bei der ersten der beiden Auslagerungen die nachgefragte Einheit verdeckt steht. Um die Spielzeit unter ansonsten unveränderten Annahmen zu bestimmen, kann analog zum präsentierten Vor-

gehen aus Kapitel 3 vorgegangen werden. Dabei muss an einer Stelle in der Modellierung folgende Veränderung berücksichtigt werden: Für eine zufällige Auslagerung einer blockierten Einheit besteht nun eine Wahrscheinlichkeit von  $1/2$ , dass eine Tango-Umlagerung möglich ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass an der Stelle eine reguläre Umlagerung durchgeführt wird ist demnach ebenso  $1/2$  (Im Vergleich zu vorher  $1/4$  und  $3/4$ ). Die Wahrscheinlichkeiten zur Durchführung eines Tango und einer Umlagerung ergeben sich dann wie folgt:

$$P(Tango)_2 = \frac{(-\sqrt{-7z^2 + 12z + 4} + 3z + 2)}{8z}$$

$$P(Umlagern)_2 = \frac{(-\sqrt{-7z^2 + 12z + 4} + 3z + 2)}{8z}$$

Man sieht schnell, dass jetzt  $P(Tango) = P(Umlagern)$  gilt. Die beiden Umlager-Arten werden also im Mittel gleichhäufig durchgeführt. Alle weiteren Zeitanteile, die von der Belegung der Lagerkanäle abhängen, müssen für dieses Modell erneut auf Grundlage der Zustandswahrscheinlichkeiten der Lagerkanalbelegung bestimmt werden. Dazu zählen neben den Umlagerwahrscheinlichkeiten auch die mittleren Zugriffszeiten sowie die erwartete Umlagerspielzeit. Die Zusammensetzung der Spielzeit erfolgt dann analog zu der des Grundmodells (Modell 1).

##### 4.2 VERGLEICH DER MODELLE UND MÖGLICHE VOR- UND NACHTEILE

Die beiden Modelle werden nun zunächst in einem qualitativen Vergleich einander gegenüber gestellt, bevor anschließend eine quantitative Bewertung beider Möglichkeiten stattfindet.

*Einschränkungen in der Abarbeitung:* Neben der rein physischen Einschränkung, für jede Auslagerung einen Platz auf dem Lastaufnahmemittel zur Verfügung zu haben, schreibt das erste Modell keine Restriktion für die Abarbeitungsreihenfolge vor. Möchte man also hier größtmögliche Freiheit haben, so stellt das zweite Modell die schlechtere Wahl dar, da die Reihenfolge nicht veränderbar ist. Eine freie Abarbeitungsreihenfolge kann zum Beispiel bei der Anwendung einfacher Methoden zur Verkürzung der Spielzeit von Vorteil sein. Dabei geht es weniger um die korrekte Lösung des *Travelling-Salesman-Problems*, um die kürzeste Route innerhalb einer Sequenz zu finden, sondern vielmehr um Heuristiken, die beispielsweise bei der Bildung eines Spiels geschickt Fächer nach einer Nächsten-Nachbar Logik auswählen.

*Durchführung des Tango:* Wie aus den Wahrscheinlichkeiten für die Durchführung des Tango und der normalen Umlagerung hervorgeht, erhöht sich die Tango-Wahrscheinlichkeit im zweiten Modell im Vergleich zum Grundmodell. Durch die feste Abarbeitungssequenz (EEAA) wird in jedem Spiel eine Tango-Umlagerung

möglich. Diese Bevorzugung des Tango kann folgende Vorteile mit sich bringen: Zum einen ist man bei einer Tango-Umlagerung *unabhängig von weiteren Fächern*. Denn zur Durchführung der Umlagerung, muss kein weiteres Fach angefahren werden. Besonders bei hohen Füllgraden, wodurch das nächste freie Umlagerfach möglicherweise weit entfernt liegt, oder bei einer Lagerplatzvergabe, die keine freie Zuteilung auf beliebige Fächer erlaubt, kann das einen großen Vorteil darstellen. Zudem ist denkbar, dass die Tango-Umlagerung *stabiler und effizienter* durchgeführt werden kann als eine reguläre Umlagerung. Der Vorgang entspricht einem immer identischen, fixen Ablauf, der weniger störungsanfällig sein könnte. Darüber hinaus ist es möglich, dass dabei weniger Verlustzeiten, wie Reaktions- oder Umschaltzeiten, anfallen als bei einer zuvor unbekanntenen Bewegung. Ein weniger offensichtlicher Vorteil ist die Tatsache, dass durch die Durchführung des Tangos zukünftige Umlagerungen vermieden werden können. Die Tango-Umlagerung erzeugt einen halbvollen Lagerkanal. Solche Kanäle bieten den Nutzen, dass es bei einem Zugriff nicht zu einer Umlagerung kommen kann und sie zusätzlich Positionen zum Umlagern zur Verfügung stellen. Dementsprechend ist es bei gleichem Füllgrad vorteilhafter, möglichst viele halbvoll besetzte Lagerkanäle statt vorwiegend vollbesetzte und leere Kanäle zu haben, was durch den Tango begünstigt wird. Abbildung 8 zeigt, dass im zweiten Modell die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kanal halbvoll ist, größer ist, als im Grundmodell: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kanal halbvoll ist, liegt hier immer über der gleichen Wahrscheinlichkeit bei Anwendung des ersten Modells.

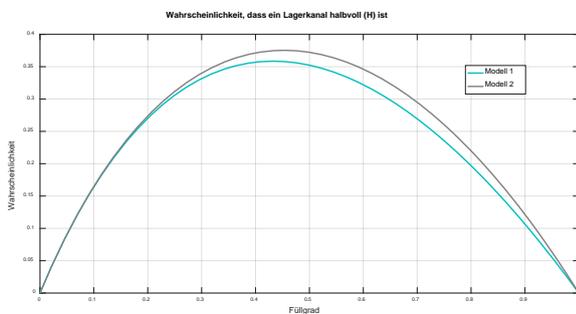


Abbildung 8. Vergleich der Wahrscheinlichkeiten für einen halbvollen Lagerkanal ( $H$ )

Andererseits kann eine verhältnismäßig lange Zugriffszeit auf das gangferne Fach den Tango negativ beeinflussen. Beim Tango ist die Umlagerung immer mit einem gangfernen Spiel des Lastaufnahmemittels verbunden (die Einheit wird auf den gangfernen Platz gelagert, auf dem die entnommene Einheit zuvor gelagert war). Steht hingegen für eine reguläre Umlagerung ein sehr nahes Fach (zum Beispiel ein Nachbarfach) zur Verfügung, das bereits halbvoll belegt ist, fällt für die Umlagerung nun nur ein gangnahes LAM-Spiel an. Wenn also die Differenz von gangnahem im Vergleich zu gangfernem LAM-Spiel größer wird, kann die Zeitersparnis der

Tangoumlagerung gegenüber einer normalen Umlagerung aufgewogen werden.

Der rein quantitative Vergleich beider Modelle ist im oberen Teil von Abbildung 9 dargestellt, die den Verlauf der Spielzeit beider Modelle in Abhängigkeit vom Füllgrad darstellt. Hier sieht man, dass das zweite Modell eine stets niedrigere Spielzeit aufweist. Ein Blick auf die Differenz der Werte, mit  $d$  abgekürzt, zeigt aber auch, dass sich diese fast ausschließlich im Bereich von unter einer Sekunde befindet.

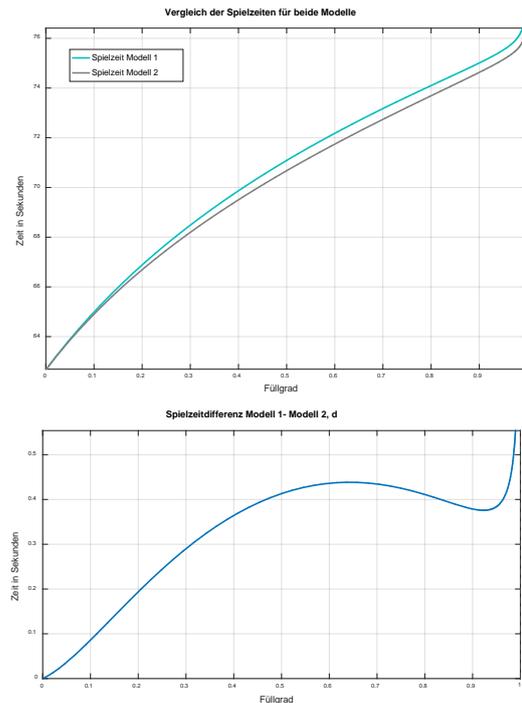


Abbildung 9. Spielzeitvergleich für beide Modelle

Bei Füllgraden nahe 1 steigt die Differenz dann deutlich an, wobei Werte von mehreren Sekunden erst ab einem Füllgradbereich von über 99,9 % erreicht werden. Das heißt, rein rechnerisch weisen die beiden Modelle nur einen eher geringen Unterschied auf. Die beobachtete Differenz setzt sich aus drei Hauptbestandteilen zusammen, die auch in Abbildung 10 dargestellt sind.

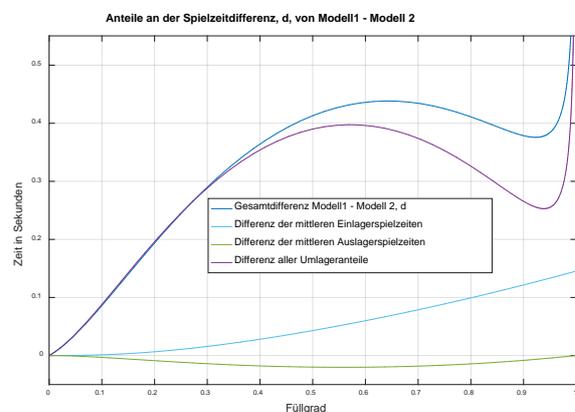


Abbildung 10. Anteile an der Spielzeitdifferenz  $d$

Nur geringfügig sind die Unterschiede durch die veränderten mittleren Zugriffszeiten für Ein- und Auslagerungen (hellblaue und grüne Linie). Den größten Anteil machen die Differenz der Spielzeitanteile für Umlagern und Tango aus (violette Linie). Diese wiederum setzt sich aus der konstant positiven Differenz des Umlageranteils und der negativen Differenz des Tangoanteils zusammen (Abbildung 11). Das liegt daran, dass im ersten Modell häufiger reguläre Umlagerungen und gleichzeitig weniger Tango-Umlagerungen durchgeführt werden. Die betragsmäßig größere Differenz ist die der Umlageranteile, weshalb in Summe die Differenz beider Anteile positiv ist.

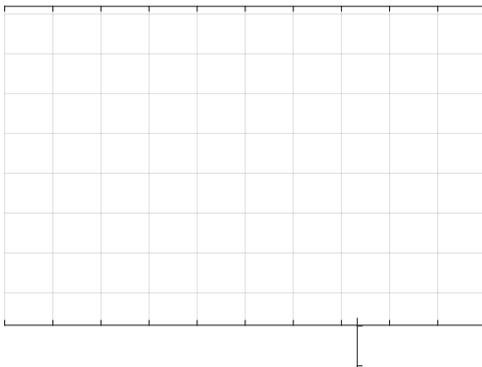


Abbildung 11. Aufteilung der Spielzeitdifferenz nach Umlager-Art

Zu beachten ist, dass die Werte für die hier verwendete Konfiguration aus Größe und Anzahl der Lagerfächer sowie Eigenschaften des Regalbediengerätes gelten. Für andere Parameter-Konfigurationen zeigt sich jedoch dieselbe Tendenz, wie die schon vorgestellten. Für zwei weitere untersuchte Konfigurationen fällt der Vergleich der erreichten Spielzeiten, sowie der einzelnen Anteile, für beide Modelle genauso aus. Für alle untersuchten Konfigurationen gilt also die bereits formulierte Aussage, dass Modell 2 etwas bessere Werte im Spielzeitvergleich aufweist. (Die verschiedenen untersuchten Parameterkonfigurationen sind im Anhang aufgeführt).

Der bereits angesprochene Einfluss der Zugriffszeit des Lastaufnahmemittels auf das gangferne Fach soll an dieser Stelle noch einmal betrachtet werden. Wie schon erwähnt, beeinflusst eine lange Zugriffszeit auf das gangferne Lagerfach den Tango negativ.

Abbildung 12 stellt den Vergleich der Umlager-Spielzeitanteile beider Modelle für eine veränderliche Spielzeit des Lastaufnahmemittels für verschiedene Füllgradwerte dar. Auf der x-Achse ist hier die Zugriffszeit des Lastaufnahmemittels auf das gangferne Fach im Verhältnis zur gangnahen Zugriffszeit abgetragen. Also der Quotient  $\frac{t_{LAM,gf}}{t_{LAM,gn}}$  im Intervall [1;2,5]. Die Auswertung zeigt, dass für die Füllgradwerte von 85% - 95% ab einem Verhältnis von größer 1,6, Modell 1 stets die bessere Per-

formance aufweist. Ein kleineres Verhältnis führt stets zu dem schon bekannten Ergebnis. Für einen Füllgrad von 99% muss das Verhältnis auf  $> 1,85$  ansteigen damit Modell 1 die kürzeren Zeiten aufweist. Das liegt am größeren Anteil regulärer Umlagerungen in Modell 1, bei denen für sehr hohe Füllgrade die Entfernungen zum mittleren Umlagerfach deutlich ansteigen. Folglich kann auch bei einem größeren Verhältnis der LAM-Spielzeiten, also einer längeren Zugriffszeit für den gangfernen Platz, die Tango-Umlagerung Vorteile bieten.

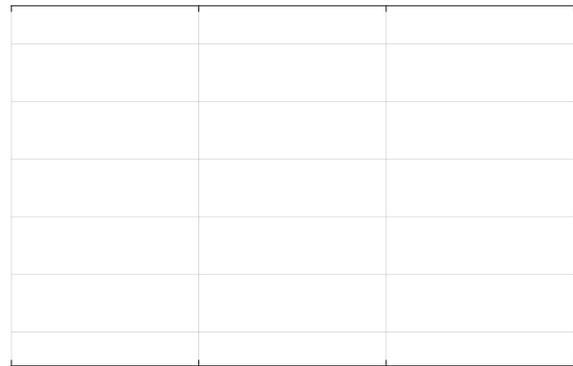


Abbildung 12. Vergleich der Umlager-Spielzeitanteile beider Modelle unter Variation des Füllgrades und des Verhältnisses gangferne : gangnahe LAM-Zugriffszeit

Aus einer anderen Perspektive wird dieser Sachverhalt noch einmal in Abbildung 13 dargestellt. Die Grafik zeigt für die Testwerte (Konfiguration 1, LAM-Spielzeitverhältnis 1,22) die Tango-Zeit sowie die erwartete Umlagerzeit in Modell 1 und Modell 2, abgetragen über dem Füllgrad. Man sieht deutlich, dass der Tango hier immer eine kürzere Zeit benötigt. Dieses Ergebnis passt demnach zur den Erkenntnissen in den Abbildungen 9, 10 und 11.

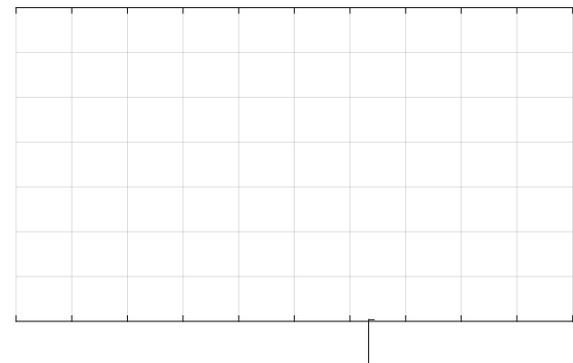


Abbildung 13. Vergleich der Umlager-Spielzeiten: reguläre Umlagerung in Modell 1 und 2 und Tango-Umlagerung

Abbildung 14 zeigt die gleichen Werte, jetzt bei festem Füllgrad von 90% und veränderlichen Quotienten der Zugriffszeiten auf der x-Achse. Man sieht nun deutlich, wie stark ein steigendes Verhältnis der LAM-Spielzeiten

die Zeit zur Durchführung eines Tangos beeinflusst. Mit steigendem Quotienten liegt diese zunehmend über der erwarteten Umlagerzeit.

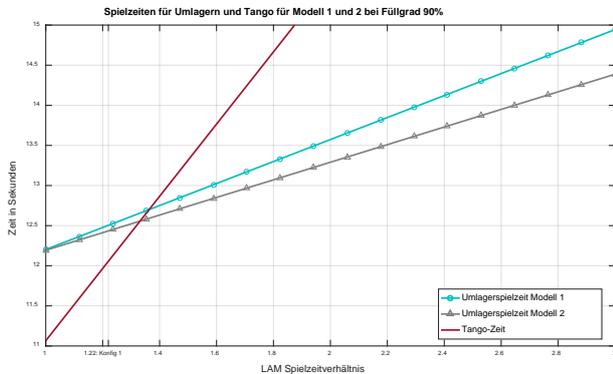


Abbildung 14. Vergleich der Umlager-Spielzeiten: reguläre Umlagerung und Tango in Abhängigkeit des Verhältnisses gangferne : gangnahe LAM-Zugriffszeit

Die zuletzt vorgestellten, quantitativen Vergleiche weisen folgende Ungenauigkeit auf: Während die Handling-Zeit für die Tango-Umlagerung in allen Beispielen exakt berechnet wurde, wird die Umlagerspielzeit jeweils mit der Approximation von Lippolt bestimmt. Das heißt, für den Tango wird die benötigte Zeit unter Berücksichtigung der zurückzulegenden Strecke (unter den formulierten Annahmen jeweils die Breite eines Faches bzw. ein Fachabstand) und von Beschleunigung und Abbremsverhalten exakt berechnet. Für die Umlagerspielzeit wird die Formel von Lippolt verwendet, die zum einen die Entfernung zum Umlagerfach nur approximiert (siehe Kapitel 3.3) und zum anderen, durch die Verwendung der vollen Beschleunigungsdauer, die Fahrzeit meist überschätzt.

In der Formel zur Berechnung der Umlagerspielzeit wird zunächst der Term  $\frac{v_x}{a_x} + \frac{v_y}{a_y}$  veranschlagt. Unabhängig von der tatsächlichen Entfernung zum Umlagerfach, ist dieser vorgesehen, um die Beschleunigung zu berücksichtigen. In der betrachteten Konfiguration entspricht das einer Zeit von 2,6 Sekunden. Hinzu kommt zusätzlich die Fahrzeit in Abhängigkeit der Entfernung. Vergleicht man das mit exakt berechneten Werten, stellt sich folgendes heraus: Um zum übernächsten Fach zu fahren (Entfernung: 2), werden eigentlich nur rund 1,5 Sekunden benötigt. Da auf dieser Distanz die Maximalgeschwindigkeit nicht erreicht werden kann, setzt sich diese Zeit lediglich aus Beschleunigungs- und Abbremsphase zusammen. In der Formel wird dahingegen die Zeit für die Beschleunigung auf Maximalgeschwindigkeit angenommen und zusätzlich die Fahrzeit für die Konstantfahrt berechnet. Da das mittlere Umlagerfach bis zu einem Füllgrad von 96% im Mittel weniger als zwei Fächer entfernt liegt, wird die Spielzeit zur Durchführung einer Umlagerung in den allermeisten Fällen überschätzt. Für die zuvor formulierten Ergebnisse bedeutet das, dass Modell 1, das einen höheren

Anteil regulärer Umlagerungen aufweist unterschätzt wird und tatsächlich höhere Durchsätze erreichen kann.

Tabelle 1. Vergleich verschiedener Berechnungsarten der Entfernung und Fahrzeit zum Umlagerfach

Füllgrad	Fahrzeit nach Formel ( $t_{Umlager}$ )	Entfernung zum Umlagerfach nach Approximation	Fahrzeit zum approximierten Umlagerfach exakt	Entfernung zum Umlagerfach nach Simulation	Fahrzeit zum Umlagerfach der Simulation exakt
80%	1,55 s.	1.072	1,07 s.	1.044	1,06 s.
85%	1.57 s.	1.165	1.11 s.	1.103	1.08 s.
90%	1.60 s.	1.340	1.20 s.	1.244	1.15 s.
95%	1.69 s.	1.777	1.38 s.	1.643	1.32 s.
99%	2.09 s.	3.652	2.01 s.	3.617	1.96 s.

Tabelle 1 zeigt eine Gegenüberstellung der Entfernungen und Fahrzeiten zum Umlagerfach für verschiedene Füllgradwerte. Die Spalten 3 und 5 beinhalten die mittlere Entfernung zum nächsten Umlagerfach, bestimmt nach der Approximationsformel bzw. durch die Simulation. Die für beide Werte exakt berechneten Fahrzeiten für den einfachen Weg, unter Berücksichtigung des Beschleunigungs- und Abbremsverhaltens, sind in den Spalten 4 und 6 zu finden. Dem gegenüber steht in der zweiten Spalte die Fahrzeit, berechnet nach der Formel von Lippolt. Man sieht, dass besonders für niedrigere Füllgradbereiche, die Abweichung der exakten Fahrzeiten zur Formel größer ist. Die Abweichungen zwischen den beiden exakt berechneten Werten bleiben jedoch durchweg im Bereich von weniger als 0,1 Sekunden.

Das bedeutet, dass je nach Füllgrad der entstehende Fehler durch die Verwendung der Formel auf Basis der Approximation bei etwas mehr als einer Sekunde liegt. Der tatsächliche Effekt, der in der Spielzeitberechnung durch die Gewichtung mit der Umlagerwahrscheinlichkeit auftritt, fällt geringer aus. Dadurch reduziert sich der Vorteil des zweiten Modells gegenüber des ersten. Die Differenz in den Zeitanteilen für Umlagerungen zwischen Modell 1 und 2 ist für beide Berechnungsmethoden in Abbildung 15 dargestellt. Die violette Linie zeigt die Zeitdifferenz zwischen Modell 1 und 2 bei der Berechnung der Umlagerzeit nach der Formel von Lippolt (entspricht der violetten Linie aus Abbildung 10). Diese Differenz halbiert sich etwa, bei Berücksichtigung der

exakten Fahrzeit für die Umlagerung, was die graue Linie zeigt. Der Unterschied liegt jetzt für die meisten Füllgrade im Bereich von unter 0,2 Sekunden.

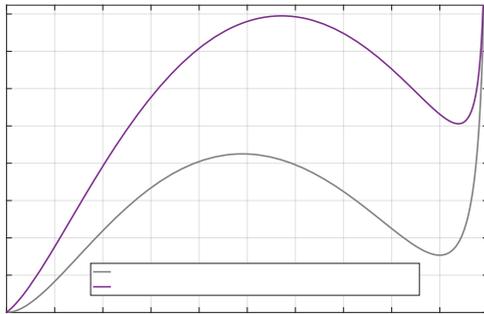


Abbildung 15. Vergleich der Spielzeitdifferenz aller Umlagerungen (Umlagerung und Tango) für die verschiedenen Berechnungsmethoden der Umlagerzeit

Mit steigenden Füllgraden wird die Abweichung zwischen Formel und exakter Berechnung geringer, da sich einerseits der approximierte Wert der Entfernung dem tatsächlichen Wert annähert und andererseits der Fehler, durch die volle Berücksichtigung der Beschleunigung, weniger ins Gewicht fällt. Dies wird außerdem verdeutlicht durch den Vergleich der approximierten mit den exakten Werten für die Umlagerentfernung.

Tabelle 2. Vergleich der Umlagerfächentfernung ermittelt nach [HMSW87] und der Approximationsformel [Lip03]

Füllgrad	85%	90%	95%	99%	99,5%
Entfernung zum Umlagerfach nach [HMSW87]	0,948	1,157	1,638	3,767	5,299
Entfernung zum Umlagerfach nach Approximation [Lip03]	1,165	1,340	1,777	3,652	5,403

Die Frage, wie der Vergleich der beiden Modelle zur Durchführung eines Vierfachspiels ausfällt, lässt sich somit nicht eindeutig beantworten. Festzuhalten ist, dass es rein rechnerisch kaum Unterschiede in der Performance der beiden Modelle gibt. Ein zu beachtender Einfluss entsteht durch die Spielzeit des Lastaufnahmemittels für den Zugriff auf das gangferne Fach im Verhältnis zur Zugriffszeit des gangnahen Faches. Für die hier vorgestellten Beispiel - Konfigurationen waren die Parameter jedoch so ausgelegt, dass keine Benachteiligung des Tangos auftritt. Das lässt darauf schließen, dass die Meisten in der Praxis anzutreffenden Konfigurationen hierdurch keine übermäßige Benachteiligung erfahren. Zusammen mit den genannten qualitativen Vorteilen scheint der Tango durchaus empfehlenswert. Vorsicht ist gebeten bei langen Zu-

griffszeiten auf das gangferne Fach (z.B. doppelte Zeit des gangnahen Zugriffs und mehr).

## 5 WEITERE MÖGLICHKEITEN ZUR DURCHSATZSTEIGERUNG

Die bisher vorgestellten Ergebnisse beziehen sich größtenteils auf idealisierte Annahmen und basieren auf analytisch hergeleiteten Ergebnissen. Für den Betrieb eines solchen Lagers in der Praxis gibt es in Bezug auf die (Tango-)Umlagerung weitere Ansätze, um den Durchsatz zu erhöhen. Diese sind in den vorgestellten Modellen nicht analytisch abgebildet, können aber mithilfe einer Simulation bewertet werden. Die einzelnen Ansätze werden im Folgenden kurz vorgestellt und dann anschließend mit Hilfe der Simulationsergebnisse bewertet.

*Umlagerfach auf Basis der kürzesten Fahrzeit bestimmen:* Im vorgestellten analytischen Modell wird das Umlagerfach auf der Basis der nächsten-Nachbar Heuristik mathematisch bestimmt. Nach dieser Logik sind alle Fächer, die im gleichen Abstand daneben, ober-, unterhalb oder diagonal liegen gleich bewertet. In der Realität können für die Umlagerung in diese Fächer jedoch unterschiedliche Zeiten auftreten: Zum einen kann es vorkommen, dass Fächer in vertikaler Entfernung schneller oder langsamer als diejenigen in gleicher horizontaler Entfernung erreicht werden. Zum anderen hängt die Zeit zum Umlagern davon ab, ob die Umlagerung in die gangferne oder gangnahe Position geschieht. Folglich besteht die Möglichkeit durch Berücksichtigung der entsprechenden Parameter das Umlagerfach mit der tatsächlich kürzesten Fahrzeit auszuwählen.

*Gegenüberliegende Wand sowie statt Tango gegenüberliegendes Fach zur Umlagerung nutzen:* Automatisierte Regalbediengeräte bedienen üblicherweise eine Regalgasse mit zwei Regalwänden anstatt nur einer Regalwand, wie in der Modellierung angenommen. Das bedeutet, es stehen im gleichen Abstand auch auf der gegenüberliegenden Regalwand Lagerkanäle für die Umlagerung zur Verfügung. Insbesondere der Lagerkanal genau gegenüber des für die Auslagerung gewählten Kanals ist hier interessant, da auf diesen ohne zusätzliche Bewegung des Regalbediengerätes zugegriffen werden kann. Die Berücksichtigung beider Wände für die Wahl des Umlagerfaches verkürzt also die mittlere Entfernung zum Umlagerfach und verringert den Zeitanteil für Umlagerungen. Das gilt auch für den Tango, weshalb es sinnvoll sein kann ins Fach direkt gegenüber umzulagern, anstatt einen Tango durchzuführen.

*Für jeden Tango prüfen, ob die Einlagerung ins Fach nebenan von Vorteil ist:* Wird eine Tango-Umlagerung durchgeführt und einer der Nachbarkanäle ist nicht voll besetzt, besteht die Möglichkeit zur Verkürzung des Vorganges wie in Abbildung 16 dargestellt. Nach einmaligem Positionieren zur Seite und Auslagern der gewünschten

Einheit, kann die zuvor blockierende Einheit in den noch nicht voll besetzten Kanal wieder eingelagert werden. Das ist ohne weitere Bewegung des Regalbediengerätes möglich.

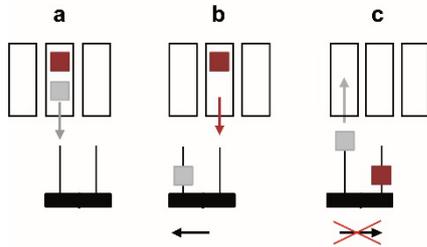


Abbildung 16. Tango mit Einlagerung in benachbartes Fach

Zur Bewertung der Strategien hinsichtlich Ihrer Leistungsfähigkeit und des vorhandenen Potentials zur Durchsatzsteigerung wurden fünf verschiedene Simulationsstudien, sowohl für eine AKL- als auch eine Paletten-Konfiguration, durchgeführt über die Tabelle 3 einen Überblick liefert.

Tabelle 3. Übersicht der verschiedenen, betrachteten Verbesserungsstrategien.

Nr.	Beschreibung
1	Umlagerfach analytisch, eine Regalwand
2	Umlagerfach nach kürzester Zeit, eine Regalwand
3	Umlagerfach nach kürzester Zeit, zwei Regalwände
4	3 + priorisiert bei Tango gegenüberliegende Fach
5	4 + priorisiert beim Tango das Nebenfach nutzen

Als Ergebnis lässt sich folgendes Festhalten: In beiden Szenarien ist für Strategie Nummer 2 die Spielzeit gestiegen und damit der Durchsatz gesunken. Die intuitiv besser eingeschätzte Strategie erzeugt also nicht die erwarteten Ergebnisse. Die Ursache dafür liegt an der veränderten Kanalbelegung durch bevorzugtes Umlagern in halbvolle Kanäle. Durch die Berücksichtigung der LAM-Zugriffszeiten zur Bestimmung der Umlagerzeit werden vorwiegend halbvolle Kanäle als Umlagerziel ausgewählt. In der Folge entstehen mehr voll besetzte Kanäle die nachfolgend wiederum zu mehr Umlagerungen führen.

Die weiteren Strategien führen zu konstant besseren Durchsätzen. So wird zunächst durch die Mitberücksichtigung der gegenüberliegenden Wand der zuvor in Modell 2 festgestellte Nachteil wieder aufgewogen, da im Vergleich zum ersten Modell Durchsatzsteigerungen in der Größenordnung von etwa 1% erreicht werden. Allgemein fallen die Verbesserungen bei der AKL-Konfiguration besser aus als die des Paletten-Lagers. Das liegt am größeren Anteil von Fahrzeiten, die in der Spielzeit des AKLs enthalten sind. Außerdem sind die Verbesserungen für den Füllgrad von 85% in beiden Fällen stärker als für

90%. Die größte erreichte Durchsatzsteigerung gegenüber der Ausgangsstrategie liegt bei 2%.

Man erkennt in den Ergebnissen den Vorteil, der entsteht, wenn man beide Wände zur Umlagerung zulässt. Diese Veränderung in der Umlagerstrategie hat für die durchgeführte Untersuchung den größten Effekt. Die Ergebnisse für die beiden Konfigurationen sind nachfolgend in Abbildungen 17 und 18 zu finden.

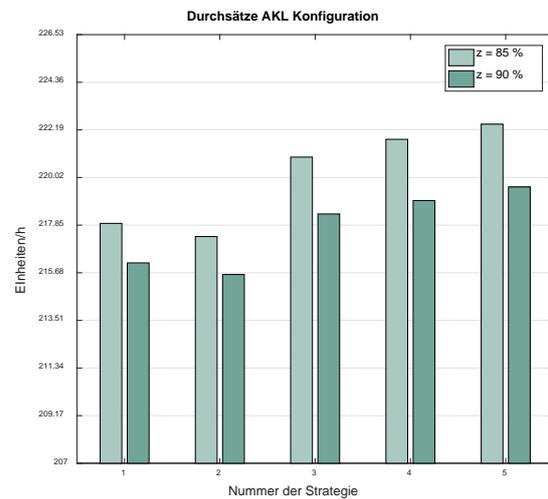


Abbildung 17. Erreichte Durchsätze im Simulationsexperiment für die AKL Konfiguration für die Füllgrade 85% und 90%.

Für die Strategien 4 und 5 muss jedoch bedacht werden, dass durch die De-Priorisierung des Tangos, aufgrund anderer Umlager-Möglichkeiten, auch dessen Begleiteffekte schwinden. Die Gesamtspielzeit wird zwar verkürzt, gleichzeitig können die zuvor genannten organisatorischen Vorteile nicht mehr in gleichem Maß erzielt werden. Es muss abgewogen werden zwischen der erreichbaren Zeitersparnis und den Vorteilen, die der Tango mit sich bringt.

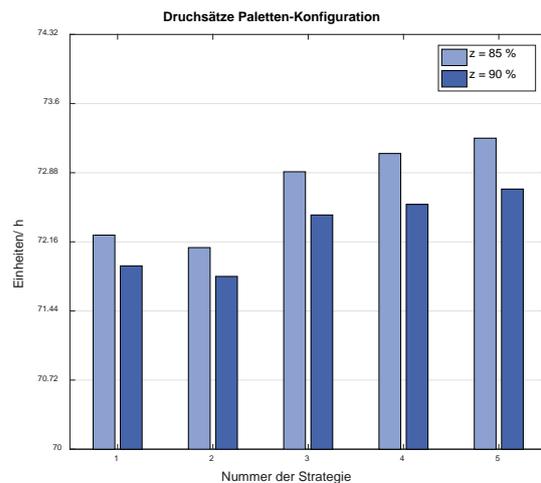


Abbildung 18. Erreichte Durchsätze im Simulationsexperiment für die Paletten-Konfiguration für die Füllgrade 85% und 90%.

## 6 AUSBLICK UND FAZIT

In dem vorliegenden Artikel wurden zwei Grundmodelle zur Spielzeitbestimmung für die Durchführung von Vierfachspielen in doppeltiefen Lägern betrachtet. Die beiden Modelle, die sich in den zulässigen Abarbeitungsreihenfolgen unterscheiden, weisen nur geringe Unterschiede hinsichtlich der benötigten, durchschnittlichen Zeit zur Durchführung eines Vierfachspiels auf. Das zweite Modell, mit der festen Abarbeitung *Einlagern-Einlagern-Auslagern-Auslagern*, ist dabei für alle Füllgrade und alle betrachteten Konfigurationen leicht überlegen. Das gilt auch, wenn die Zeit zur Durchführung normaler Umlagerungen exakt bestimmt wird, anstatt mit Hilfe der Approximationsformel. Das zweite Modell liefert darüber hinaus den Vorteil einer günstigeren Belegung der Lagerkanäle, wodurch insgesamt weniger Umlagerungen nötig sind.

Werden für die Durchführung der Umlagerungen weitere Verbesserungsmaßnahmen vorgenommen, kann der Durchsatz im Vergleich zum ersten Modell um bis zu 2 % gesteigert werden. Dazu zählen das Miteinbeziehen der gegenüberliegenden Regalwand und insbesondere die Möglichkeit zur Umlagerung in das genau gegenüberliegende Fach, sowie die Verkürzung des Tangos durch Verwendung eines freien Nachbarfaches. Die Bestimmung des Umlagerfaches rein auf Zeitbasis, unter Berücksichtigung von Fahrzeit und Zugriffszeit, bringt hingegen keine Verbesserung.

Die hier vorgestellten Modelle und Verbesserungsansätze beruhen auf einer rein zufallsbasierten Auswahl der Aufträge. Um den Durchsatz weiter zu verbessern, sind verschiedene Heuristiken zur Festlegung der Abarbeitungsreihenfolge und Strategien mit geschickter Auswahl und Zuordnung von Aufträgen möglich. Dazu zählen zum Beispiel neben den verschiedenen Varianten der (Reverse-)Nearest-Neighbour Heuristiken auch die Möglichkeit der Mehrfacheinlagerung oder der Durchführung von Flip-Flop Bewegungen.

Dieser Artikel legt somit einerseits die Grundlage für Analysen verschiedener Strategien und Heuristiken, zeigt aber andererseits auch, welches Potential zur wissenschaftlichen Betrachtung in der Modellierung von Vierfachspielen im Doppeltiefen noch vorhanden ist.

## 7 FÖRDERHINWEIS

Diese Forschungsergebnisse sind gefördert durch das Forschungsprojekt „Spielzeitberechnung für doppeltiefe Lagerung unter dem Einsatz von zwei Lastaufnahmemitteln (SpieDo)“, finanziert vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (BMWi) (Referenznummer 18690N).

## LITERATUR

- [ABFPS11] Azzi, Anna; Battini, Daria; Faccio, M.aurizio; Persona, Alessandro; Sgarbossa, Fabio: Innovative travel time model for dual-shuttle automated storage/retrieval systems. In: Computers & Industrial Engineering, 61(3), 600-607.2011.
- [BW84] Bozer, Yavuz A.; White, John A.: Travel-Time Models for Automated Storage/Retrieval Systems, In: IIE Transactions 16 (4), S. 329-338, 1984.
- [DF16] Dörr, Katharina; Furmans, Kai: Determination of Cycle Times for Double-Deep Storage Systems using a Dual Capacity Handling Device. In: Progress on Material Handling Research, MHI, 2016.
- [DL08] Dooly, Daniel R.; Lee; Heungsoon Felix: A shift-based sequencing method for twin-shuttle automated storage and retrieval systems. In: IIE Transactions, 40:6, 586-594, 2008.
- [FEM03] Fédération Européenne de la Manutention: FEM 9.851 – Leistungsnachweis für Regalbediengeräte-Spielzeiten; 2003.
- [Gar97] Garlock, Peter: Berechnung der Umschlagleistung von Regalförderzeugen mit parallel ablaufenden Positionierungen der Lastaufnahmemittelachsen. Dissertation, Universität Graz, 1997
- [Gra97] Grafe, W: Automatische Regalbediengeräte - Was leisten Mehrfach-Lastaufnahmemittel. Hebezeuge und Fördermittel 57(4), S. 127-129, 1997.
- [Gud72] Gudehus, Timm: Grundlagen der Spielzeitberechnung für automatisierte Hochregallager. In: Deutsche hebe- und Fördertechnik,18, S. 63-68, 1972.
- [HMSW87] Han, Min-Hong; McGinnis, Leon F.; Shieh, Jin Shen; White, John A.: On Sequencing Retrievals in An Automated Storage/Retrieval System. In: IIE Transactions, 19:1, 56-66, 1987.
- [KP94] Keserla, Adhinarayan; und Peters, Brett A.: Analysis of dual-shuttle automated storage/retrieval Systems. In: Journal of Manufacturing Systems 13(6), S. 424-434, 1994.

[Lip03] Lippolt, Christian: Spielzeiten in Hochregallagern mit doppeltiefer Lagerung. Dissertation, Universität Karlsruhe, 2003.

[LSPT10] Lerher, Tone; Sraml, Matjaz; Potrc, Iztok; Tollazzi, Tomaz: Travel time models for double-deep automated storage and retrieval systems, In: International Journal of Production Research, 48:11, 3151-3172, 2010.

[Mal00] Charles J. Malmborg: Interleaving models for the analysis of twin shuttle automated storage and retrieval systems. In: International Journal of Production Research, 38:18, 4599-4610, 2000.

[MW97] Meller, Russell. D.; Mungwattana, Anan: Multi-shuttle automated storage/retrieval systems. In: IIE transactions 29 (10), S. 925-938, 1997.

[OG98] Oser, Jörg; Garlock, Peter: Technology and Throughput of Double Deep Multi-Shuttle AS/RS. In: Proceedings of the 5th International Colloquium on Material Handling Research, Phoenix/Arizona (USA), 1998.

[See05] Seemüller, Stefan: Durchsatzberechnung automatischer Kleinteilelager im Umfeld des elektronischen Handels. Fördertechnik - Materialfluss - Logistik. Utz, München, 2005.

[SMS94] Sarker, Bhaba R.; Mann, Lawrence Jr.; Dos Santos, Jose R.G. Leal: Evaluation of a class-based storage scheduling technique applied to dual-shuttle automated storage and retrieval systems. In: Production Planning & Control: The Management of Operations, 5:5, 442-449, 1994.

[SSLH91] Sarker, Bhaba R.; Sabapathy, Arvinth; Lal, Anil M.; Han, Min-Hong: Performance evaluation of a double shuttle automated storage and retrieval system. In: Production Planning & Control: The Management of Operations, 2:3,207-213, 1991.

[XSYH15] Xu, Xianhao; Shen, Guwen; Yu, Yugang; Huang, Wei: Travel time analysis for the double-deep dual-shuttle AS/RS. In: International Journal of Production Research, 2015.

## ANHANG

### Verwendete Abkürzungen

$E(VF)$	Erwartete Vierfachspielzeit im Einfachtiefen
$E(VF_{dt})$	Erwartete Vierfachspielzeit im Doppeltiefen mit Berücksichtigung von Umlagerungen (reguläre Umlagerung und Tango)
$v_x$ und $v_y$	Fahr- und Hubgeschwindigkeit des Regalbediengerätes.
$a_x$ und $a_y$	Beschleunigung des Regalbediengerätes in Fahr- und Hubrichtung.
$L$	Höhe der Regalwand
$z$	Füllgrad des Lagers
$F^*$	Anzahl Lagerkanäle
$pU$	Anzahl potentieller Umlagerfächer, also leere (L) und halbvolle (H) Kanäle
$t_{LAM,gn}$	Zugriffszeit des LAMs auf den gangnahen Platz
$t_{LAM,gf}$	Zugriffszeit des LAMs auf den gangfernen Platz
$E(dU)$	Mittlere, normierte Wegzeit für das Umlagerspiel bei Wandparameter 1

### Fehlende Formeln für das 1. Modell:

$$E(t_{LAM}^E) = \frac{1}{2} \cdot \left( t_{LAM,gn} \left( 1 + \frac{-3z + \sqrt{-7z^2 + 40z + 16 + 4}}{-\frac{5}{2}z + \frac{1}{2}\sqrt{-7z^2 + 40z + 16} - 1} \right) + t_{LAM,gf} \left( 1 - \frac{-3z + \sqrt{-7z^2 + 40z + 16 + 4}}{-\frac{5}{2}z + \frac{1}{2}\sqrt{-7z^2 + 40z + 16} - 1} \right) \right)$$

$$E(t_{LAM}^A) = \frac{1}{2} \cdot \left( t_{LAM,gn} \left( \frac{9z - \sqrt{-7z^2 + 40z + 16 + 4}}{4z} \right) + t_{LAM,gf} \left( \frac{-z + \sqrt{-7z^2 + 40z + 16 + 4}}{4z} \right) \right)$$

$$pU = \sqrt{\left( \frac{1}{2} \sqrt{-7z^2 + 40z + 16} - \frac{5}{2}z - 1 \right) \cdot F^*}$$

$$t_{Umlager} = \left( \frac{v_x}{a_x} + \frac{v_y}{a_y} \right) + 2 \cdot \left( E(dU) * \frac{L}{v_x} \right)$$

Für das 2. Modell gilt:

$$pU_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sqrt{-7z^2 + 12z + 4} - \frac{3}{2} \cdot z \cdot F^*\right)}$$

$$E(t_{LAM}^E)_2 = \frac{1}{2} \cdot \left( t_{LAM,gn} \left( 1 + \frac{z - \sqrt{-7z^2 + 12z + 4} + 2}{\frac{3}{2}z - \frac{1}{2}\sqrt{-7z^2 + 12z + 4}} \right) + t_{LAM,gf} \left( 1 - \frac{z - \sqrt{-7z^2 + 12z + 4} + 2}{\frac{3}{2}z - \frac{1}{2}\sqrt{-7z^2 + 12z + 4}} \right) \right)$$

$$E(t_{LAM}^A)_2 = \frac{1}{2} \cdot \left( t_{LAM,gn} \left( 1 + \frac{\frac{3}{2}z - \frac{1}{2}\sqrt{-7z^2 + 12z + 4} + 1}{2z} \right) + t_{LAM,gf} \left( 1 - \frac{\frac{3}{2}z - \frac{1}{2}\sqrt{-7z^2 + 12z + 4} + 1}{2z} \right) \right)$$

Tabelle 4. Spezifikationen der Beispielkonfigurationen für Berechnungen und Simulation.

	Test-Konfiguration 1	Palettenlager (Konfiguration 2)	AKL (Konfiguration 3)
<i>Abmessungen</i>			
Regalhöhe [in m]	12	30	12
Regalbreite [in m]	24	90	16
Fachhöhe [in m]	0.4	1.5	0.4
Fachbreite [in m]	0.8	1	0.6
Kanalanzahl	900	1800	780
<i>Geschwindigkeiten</i>			
$v_x$ [in m/s]	4	3	4
$v_y$ [in m/s]	2	1	3
<i>Beschleunigung</i>			
$a_x$ [in m/s <sup>2</sup> ]	3	0.4	2
$a_y$ [in m/s <sup>2</sup> ]	1.5	0.6	2
<i>Wandparameter</i>			
w	1	1	1
<i>LAM Spielzeiten</i>			
gangnahes Lastspiel [in s]	4.5	5	4.5
gangfernes Lastspiel [in s]	5.5	8	5.5
<i>Verlustzeiten</i>			
Totzeit	0.3	0.3	0
Mastauschwingzeit	1	2	1.5

Tabelle 5. Durchsätze der AKL Konfiguration in der Simulation für die 5 Strategie

	1	2	3	4	5
<b>85 %</b>	217.93	217.33	220.94 5	221.76	222.45
<b>90 %</b>	216.13	215.60	218.36	218.07	219.59

Tabelle 6. Durchsätze der Paletten- Konfiguration in der Simulation für die 5 Strategie

	1	2	3	4	5
<b>85 %</b>	72.23	72.10	72.89	73.08	73.24
<b>90 %</b>	71.91	71.80	72.44	72.55	72.71

**Wirtsch.-Ing. Katharina Dörr, M.Sc.**, wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) in Karlsruhe.

Adresse:  
 Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme, Geb. 50-38, Gotthard-Franz-Str. 8, 76131 Karlsruhe, Deutschland  
 Phone: +49 721 608-48615

E-Mail: doerr@kit.edu

**Prof. Dr.-Ing. Kai Furmans**, Institutsleiter am Institut für Fördertechnik und Logistiksysteme (IFL) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

E-Mail: kai.furmans@kit.edu