

# Das prognosebasierte Reservierungsverfahren - ein Ansatz zur Reduzierung der mittleren Fahrzeit in einer Regalfläche

The forecast-based reservation method - an approach to reduce the average cycle time in a storage rack

Anne Piepenburg  
Björn Piepenburg  
Rainer Bruns

Lehrstuhl für Maschinenelemente und Technische Logistik (MTL)  
Fakultät für Maschinenbau  
Helmut-Schmidt-Universität

**D**ie neu entwickelte Belegungsstrategie basiert auf prognostizierten Verweildauern (VWD) und Zwischenankunftszeiten der Ladeeinheiten (LE) des Sortiments. Für jede Ladeeinheit, die im Lager ankommt wird berechnet, wie viele Ladeeinheiten während der Verweildauer dieser aktuellen Ladeeinheit voraussichtlich ankommen und das Lager auch in diesem VWD-Zeitraum wieder verlassen. In Abhängigkeit der aktuellen Lagerbelegung werden für die in dem Zeitraum ankommenden Ladeeinheiten Lagerfächer reserviert und erst anschließend die eingehende Ladeeinheit in das fahrzeitgünstigste, freie und nicht reservierte Lagerfach eingelagert. Eine zusätzliche Berücksichtigung des Energiebedarfes für die Ein- und Auslagerung ist möglich.

Das prognosebasierte Reservierungsverfahren wurde neben den gängigen Belegungsstrategien in einem parametrisierbaren Simulationsmodell umgesetzt. Die Belegungsstrategien wurden anhand verschiedener Szenarien getestet und verglichen. Ein zusätzlich entwickelter Benchmark gibt Auskunft über die Qualität der Simulationsergebnisse.

[Schlüsselwörter: Regalfläche, mittlere Spielzeit, Belegungsstrategien, Verweildauerprognose, Fahrzeitorientierung, Simulation]

**T**he newly developed allocation strategy is based on the distributions of the residence time and the intermediate arrival time of a range of goods. It predicts for every incoming unit load the number of unit loads, which arrive at the storage rack and leave it during the residence time of the incoming unit load. The approach allocates storage locations for these unit loads depending on the current storage rack availability. The incoming unit load is stored in the next available storage location afterwards. An additional consideration of the energy demand for the storage and retrieval is possible.

The forecast-based reservation method has been implemented in addition to common allocation strategies in a configurable simulation model. The allocation strategies were tested and compared using various scenarios. An additionally developed benchmark provides information on the quality of the simulation results.

[Keywords: storage rack, average cycle time, storage strategies, forecast of residence time, optimization of travel time, simulation]

## 1 EINLEITUNG

Ein Lager verursacht beim Bau sowie im Betrieb hohe Kosten. Zur Minimierung der Logistikkosten pro Ladeinheit muss die Ressource Lager inkl. des Transportmittels optimal ausgelastet werden. Die Wirtschaftlichkeit des Regalbediengerätes (RBG) als möglicher Engpass kann durch technische Maßnahmen teilweise erhöht werden, was zu zusätzlichen Investitionskosten führt. Ein weiterer Ansatz zur Reduzierung der Logistikkosten pro Ladeinheit kann durch eine intelligente Einlagerungs- bzw. Belegungsstrategie erreicht werden. In der Praxis sind Belegungsstrategien wie die zufällige Zuordnung von Ladeeinheiten zu Lagerfächern oder die Bildung von Einlagerungszonen verbreitet.

## 2 GRUNDLAGEN UND BEGRIFFSDEFINITIONEN

### 2.1 EINFLUSSGRÖßEN IM LAGER

In einem Lager gibt es vielfältige Einflussfaktoren. Bei der Analyse dieser Faktoren haben sich die Zwischenankunftszeit und die Verweildauer als wichtige Größen erwiesen, um das optimale Lagerfach für eine LE zu finden. Die Zwischenankunftszeit und die Verweildauer lassen sich durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschreiben.

Im vorliegenden Beitrag beschreibt die Zwischenankunftszeit die Zeit zwischen dem Eintreffen zweier aufeinanderfolgender Ladeeinheiten an der Regalfläche. Die Zwischenankunftszeit kann als Maß der Intensität des Materialflusses aufgefasst werden. Bei einem sägezahnförmigen Bestandsverlauf eines Artikels (vgl. Abbildung 1) hängt die Verteilung der Zwischenankunftszeit von der Verteilung der VWD ab. Wie der Abbildung entnommen werden kann, wird die Wiederbeschaffungszeit  $t_{wb}$  eines Artikels durch den Lagerbestand  $LB_{max}$  und die Abgangsrate des Artikels (Kennzahl, wie viele LE pro Zeiteinheit das Lager verlassen) definiert. Die Wiederbeschaffungszeit  $t_{wb}$  entspricht der Zwi-

schenankunftszeit  $t_z$  zwischen der letzten LE eines Loses und der ersten LE des darauffolgenden Loses. Die Zwischenankunftszeit der LE innerhalb eines Loses beträgt null.

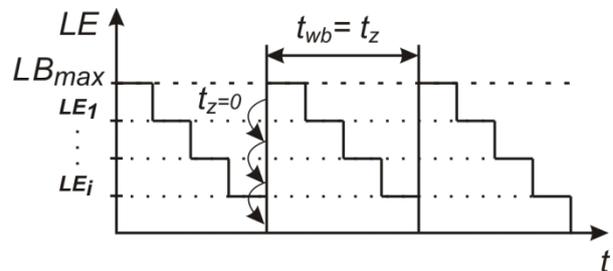


Abbildung 1: Zwischenankunftszeiten eines Artikels bei einem sägezahnförmigen Bestandsverlauf

Die Zeit, die eine LE zwischen ihrer Ein- und Auslagerung in einem Lagerfach verweilt, wird als Verweildauer bezeichnet. Bei einem sägezahnförmigen Bestandsverlauf sind die Verweildauern der LE des Artikels gleichverteilt.

Aus den Verteilungen der Zwischenankunftszeiten und der Verweildauern aller Artikel eines Sortiments lässt sich schwer auf die Verteilung der Zwischenankunftszeit und der Verweildauer des Sortiments schließen, da es zu Überlagerungseffekten kommt. Für den vorliegenden Beitrag wurde die Verteilung der Zwischenankunftszeit und der Verweildauer des Sortiments simulativ ermittelt. Die Abbildung 2 zeigt das diskrete Ergebnis für ein Beispielsortiment mit 10 Artikeln. Die Artikel haben jeweils unterschiedliche Abgangsraten und weisen einen sägezahnförmigen Bestandsverlauf auf. Unabhängig von den gewählten Artikelparametern führen die Überlagerungen von den Verweildauern und den Zwischenankunftszeiten zu den in Abbildung 2 gezeigten charakteristischen Häufigkeitsverteilungen.

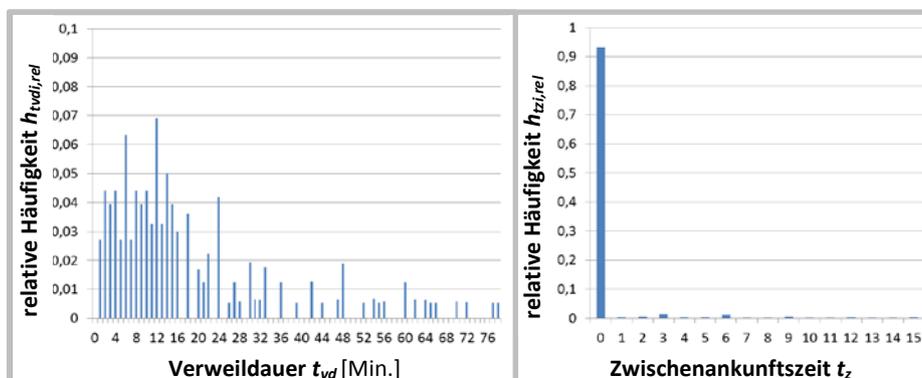


Abbildung 2: relative Häufigkeitsverteilung der Verweildauer (links) und der Zwischenankunftszeit (rechts) eines Beispielsortiments mit 10 Artikeln

Man erkennt, dass die Verteilung der Verweildauer einer Normalverteilung ähnelt, welche bei  $t_{vd} = 0$  abgeschnitten wurde, was auch durch den zentralen Grenzwertsatz bei der Überlagerung von gleichverteilten Einzelverteilungen gezeigt werden kann [BBK09]. Bei der Verteilung der Zwischenankunftszeit kann die Wahrscheinlichkeit der Zufallsgröße  $t_z = 0$  als diskrete Wahrscheinlichkeit angegeben werden, während die Häufigkeiten der restlichen Ausprägungen stetig verteilt sind. Die große Häufung bei der Ausprägung 0 ist im Wesentlichen durch die Zwischenankunftszeiten innerhalb eines Loses bedingt. Die Häufigkeiten der anderen Ausprägungen sind vernachlässigbar klein.

## 2.2 BELEGUNGSSTRATEGIEN

Belegungsstrategien sind Algorithmen zur Lagerplatzfindung [Gud12-2]. Allgemein bekannte Belegungsstrategien sind die chaotische Belegungsstrategie, bei der die Lagerfächer für eine LE zufällig unter den freien ausgewählt werden, die kürzeste-Fahrzeit-Strategie (KFZ), die das freie Lagerfach mit der kürzesten Fahrzeit vom Übergabepunkt (I/O Punkt) auswählt oder Zonierungsverfahren. Zonierungsverfahren bilden aufgrund bestimmter Merkmale des Sortimentes im Lager Zonen, in die ähnliche Artikel (z.B. mit ähnlichen prognostizierten Verweildauern) eingelagert werden. Innerhalb einer Zone kann chaotisch oder nach der kürzesten-Fahrzeit-Strategie eingelagert werden [tHS08]. Die Leistungsfähigkeit dieser Klasse von Belegungsstrategien hängt stark von der Einteilung der Zonen auf Basis der vorliegenden Sortimentsstruktur ab. Für die Einteilung der Zonengrenzen gibt es in der Literatur keine einheitliche Aussage (vgl. z.B. [Sch01] und [Gud12-1]). Aus diesem Grund wurde die Zoneneinteilung für die Simulationsdurchläufe für jedes Sortiment separat aus den erwarteten Verweildauern der Artikel gebildet.

Ein weiteres Zonierungsverfahren ist die dynamische Zonierung [Gla08]. Bei der dynamischen Zonierung wird mit Hilfe der bekannten Verweildauerverteilung der Artikel und der bekannten Fahrzeitverteilung im Lager der Lagerort für eine ankommende LE bestimmt. Dabei wird das Verweildauerquantil der ankommenden LE mit dem Quantil der Fahrzeitverteilung gleichgesetzt. Die Inverse der Fahrzeitverteilungsfunktion liefert anschließend die Fahrzeit zu dem gesuchten Lagerort. Aus der Fahrzeit kann dann der Lagerort bestimmt werden.

Der Nachteil der chaotischen Belegungsstrategie und der dynamischen Zonierung ist, dass unabhängig von der Auslastung des Lagers die gesamte Regalfläche verwendet wird und somit fahrzeitungünstige Lagerfächer angefahren werden, obwohl fahrzeitoptimale Fächer nicht vollständig ausgelastet sind. Bei den statischen Zonierungsverfahren ist ein ähnliches Problem festzustellen, wenn LE in eine fahrzeitschlechtere Zone eingelagert werden. Des Weiteren werden bei den Zonierungsverfahren

in Verbindung mit der chaotischen Lagerung innerhalb der Zone und bei der dynamischen Zonierung alle Lagerfächer gleich häufig belegt. Da die Verweildauern der Artikel in den fahrzeitungünstigen Fächern geringer sind als in den fahrzeitungünstigen Fächern kann es in Abhängigkeit des vorliegenden Sortiments vorkommen, dass die Fächer nahe dem Übergabepunkt über einen Betrachtungszeitraum schlechter ausgelastet als die weit entfernten.

## 3 DER ALGORITHMUS DES PROGNOSEBASIERTEN RESERVIERUNGSVERFAHRENS

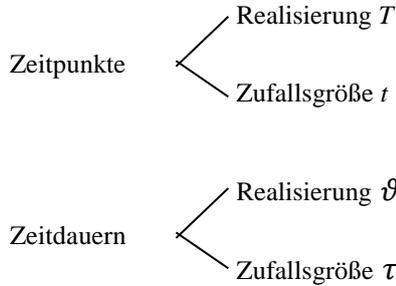
Der neu entwickelte Algorithmus reduziert die mittlere Spielzeit in einer Regalfläche, indem Lagerfächer mit kurzen Fahrzeiten häufiger angefahren werden als Lagerfächer mit langen Fahrzeiten. Dies wird durch Ladeeinheiten mit kurzen Verweildauern in zugriffsgünstigen Lagerfächern erreicht. Je näher sich der prognostizierte Auslagerungszeitpunkt einer LE am aktuellen Zeitpunkt befindet, desto schneller kann das Lagerfach erneut belegt werden. Aus diesem Grund prognostiziert der entwickelte Algorithmus die Anzahl von LE, die innerhalb der VWD der betrachteten LE im Lager ankommen und dieses auch innerhalb dieses VWD-Intervalls wieder verlassen. Diese prognostizierten LE werden in diesem Beitrag als „LE nach Reservierungskriterium“ bezeichnet. Die LE, die eingelagert werden soll, wird „aktuelle LE“ und deren prognostizierte VWD wird „aktuelle VWD“ genannt.

Das prognosebasierte Reservierungsverfahren lässt sich insgesamt in fünf Schritte gliedern, die im Folgenden näher erläutert werden (siehe auch Abbildung 8):

- Prognose der aktuellen Verweildauer
- Bestimmen der Wahrscheinlichkeiten, dass der  $k$ -te Nachfolger das Lager vor der aktuellen LE verlässt (Erstauslagerungswahrscheinlichkeiten der Nachfolger 1 bis  $k$ )
- Berechnen der Wahrscheinlichkeit, dass im aktuellen VWD-Intervall  $n$  LE nach Reservierungskriterium auftreten ( $n$  entspricht der Anzahl der zu reservierenden Lagerfächer)
- Reservierung von Lagerfächern
- Einlagern der aktuellen Ladeinheit

Das Vorgehen für die Umsetzung des neuen Algorithmus bedarf der Verwendung verschiedener Zeitpunkte (Ein- und Auslagerungszeitpunkte) und Zeitdauern (Verweildauern und Zwischenankunftszeiten). Hierbei muss weiter zwischen Zufallsgrößen und Realisierungen der Zufallsgrößen unterschieden werden. Zufallsgrößen als Zeitpunkte oder Zeitdauern sind Zeitpunkte bzw. Zeitdauern, die in der Zukunft liegen und unbekannt sind. Bei

Eintritt des Zeitpunktes bzw. der Zeitdauer oder durch die Prognose der Zufallsgröße mit Hilfe eines geeigneten Prognosewerkzeuges wird von einer Realisierung dieses Zeitpunktes bzw. dieser Zeitdauer gesprochen. Für die folgenden Ausführungen wurden folgende Variablen eingeführt:



**Schritt 1: Prognose der aktuellen Verweildauer**

Wird für jeden Artikel ein sägezahnförmiger Bestandsverlauf angenommen und sind für jeden Artikel die Abgangsrate (Quotient aus der Differenz zwischen Maximal- und Minimalbestand  $\Delta LB$  und der Wiederbeschaffungszeit  $t_{wb}$  des Artikels), der Maximalbestand  $LB_{max}$  sowie der Sicherheitsbestand  $LB_{min}$  bekannt, so kann aus diesen Daten nach [Gla08] eine Verweildauerprognose abgeleitet werden (vgl. Abbildung 3).

Für die Verweildauer einer Ladeinheit  $i$  gilt unter Berücksichtigung des Sicherheitsbestandes  $LB_{min}$ :

$$\tau_{vdi} = (i + LB_{min}) \cdot \frac{t_{wb}}{\Delta LB} \quad \text{für } i \in \{1, 2, \dots, \Delta LB\} \quad (3.1)$$

- mit  $t_{wb}$  Wiederbeschaffungszeit des Artikels
- $LB_{min}$  Mindestbestand des Artikels
- $LB_{max}$  Maximalbestand des Artikels
- $\Delta LB$  Differenz zwischen Maximal- und Minimalbestand

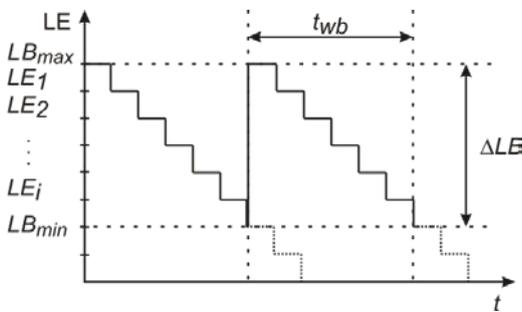


Abbildung 3: Beispiel eines idealisierten sägezahnförmigen Bestandsverlaufs

**Schritt 2: Bestimmen der Erstauslagerungswahrscheinlichkeiten  $P_{Ak}$**

Um die Anzahl der LE nach Reservierungskriterium bestimmen zu können werden die Erstauslagerungswahrscheinlichkeiten berechnet.

Für die Herleitung der hierfür benötigten Formeln werden zunächst drei LE betrachtet, die nacheinander im Lager eintreffen. Die LE  $i$  trifft zum Zeitpunkt  $T_{Ei}$  ein, verweilt  $\tau_{vdi}$  und verlässt das Lager zum Zeitpunkt  $t_{Ai}$ . Die nachfolgende LE ist die LE  $i+1$ . Die Zwischenankunftszeit zwischen diesen beiden LE beträgt  $\tau_{zi+1}$ . Mit Hilfe der Abbildung 4 lassen sich die Auslagerungszeitpunkte bestimmen:

$$\begin{aligned}
 t_{Ai} &= T_{Ei} + \tau_{vdi} \\
 t_{Ai+1} &= T_{Ei} + \tau_{zi+1} + \tau_{vdi+1} \\
 t_{Ai+2} &= T_{Ei} + \tau_{zi+1} + \tau_{zi+2} + \tau_{vdi+2} \\
 &\vdots \\
 t_{Ai+k} &= T_{Ei} + \sum_{l=1}^k \tau_{zi+l} + \tau_{vdi+k}
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

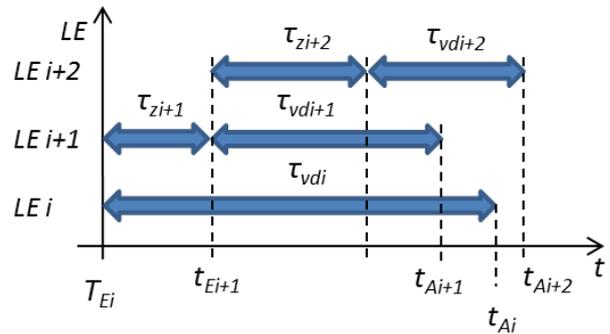


Abbildung 4: Zwischenankunftszeiten und Verweildauern ankommender LE

Die Wahrscheinlichkeit, dass der  $k$ -te Nachfolger das Lager vor der aktuellen LE verlässt (= Erstauslagerungswahrscheinlichkeit) kann wie folgt beschrieben werden:

$$P_{Ak} = \{t_{Ai} - t_{Ai+k} > 0\} \quad (3.3)$$

Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung ist diskret, da sich die Verteilung auf Ladeeinheiten bezieht.

Durch Einsetzen von Gl. (3.2) folgt:

$$P_{Ak} = \{\tau_{vdi} - \sum_{l=1}^k \tau_{zi+l} - \tau_{vdi+k} > 0\} \quad (3.4)$$

Mithilfe der Gl. (3.1) wurde die aktuelle VWD prognostiziert. Damit kann die bisher unbekannte Zufallsgröße  $\tau_{vdi}$  in die bekannte Realisierung der Verweildauer überführt werden:

$$\tau_{vdi} \xrightarrow{\text{Prognose}} \vartheta_{vdi} \quad (3.5)$$

Durch Umstellen der Gl. (3.4) folgt für die Auslagerungswahrscheinlichkeit  $P_{Ak}$ :

$$P_{Ak} = \left\{ \underbrace{\sum_{i=1}^k \tau_{zi+l} + \tau_{vdi+k}}_{\varphi_k} < \vartheta_{vdi} \right\} \quad (3.6)$$

Die Summanden der Ungleichung hängen nur von  $k$  ab und können als neue Zufallsgröße  $\varphi_k$  bezeichnet werden.

Die Ungleichung lässt sich durch Faltung der Summanden berechnen. Die dafür benötigten Verteilungen der Verweildauer  $f(\tau_{vd})$  und der Zwischenankunftszeit  $f(\tau_z)$  lassen sich aus Vergangenheitswerten ableiten. Das Ergebnis ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung dafür, dass der  $k$ -te Nachfolger das Lager vor der aktuellen LE verlässt. Sie wird als Dichte- bzw. Verteilungsfunktion  $f_{\varphi k}$  bzw.  $F_{\varphi k}$  bezeichnet.

Man erhält für  $P_{Ak}$ :

$$P_{Ak} = F_{\varphi k}(\vartheta_{vdi}) \quad (3.7)$$

Für jedes  $P_{Ak}$  werden die resultierenden Verteilungsfunktionen  $F_{\varphi k}$  bestimmt. Anschließend kann für jede aktuelle LE auf Basis der prognostizierten aktuellen VWD  $\vartheta_{vdi}$  der Funktionswert  $F_{\varphi k}(\vartheta_{vdi})$  an der Stelle der VWD-Prognose  $\vartheta_{vdi}$  abgelesen werden. Der Funktionswert ist die Erstauslagerungswahrscheinlichkeit  $P_{Ak}$  für den  $k$ -ten Nachfolger.

**Schritt 3: Berechnen der Wahrscheinlichkeiten  $P_n$  für das Auftreten von  $n$  LE nach Reservierungskriterium**

Die Wahrscheinlichkeit  $P_n$ , dass genau  $n$  LE nach Reservierungskriterium innerhalb des aktuellen VWD-Intervalls im Lager auftreten kann mithilfe eines mehrstufigen Zufallsexperimentes [Sch98] bestimmt werden.

In Abbildung 5 ist exemplarisch ein dreistufiges Zufallsexperiment skizziert. Die  $P_{Ak}$ -Wahrscheinlichkeiten, die im zweiten Schritt berechnet wurden, sind den entsprechenden Baumpfaden zugeordnet. In diesem Beispiel wurden  $m=3$  Faltungen durchgeführt, was einer Baumtiefe von  $b=3$  entspricht. Das bedeutet, dass maximal 3 Reservierungen durchgeführt werden können. Sollte die Anzahl der im aktuellen VWD-Intervall ankommenden LE nach Reservierungskriterium diese Anzahl übersteigen, so kann für diese LE kein Lagerfach reserviert werden. Damit würde die aktuelle LE zwar an einem fahrzeitgünstigeren Lagerplatz eingelagert; es wird aber ein Lagerfach für fol-

gende LE mit kürzeren VWD blockiert. Die aufgrund der Lagergröße und Sortimentstruktur notwendige Anzahl an Reservierungen erfolgt auf Basis von Erfahrungswerten und wird in Kapitel 4 „Simulationsstudien“ näher behandelt.

Mit den  $P_{Ak}$ -Wahrscheinlichkeiten werden die Einzelpfadwahrscheinlichkeiten aller möglichen Pfadverläufe entlang des Baumdiagramms berechnet. Pfade, die „nach oben zeigen“ bedeuten, dass die entsprechende LE früher als die aktuelle LE ausgelagert wird (= positive Ereignisse). Nach „unten zeigende Pfade“ bedeuten das komplexere Ereignis (= negative Ereignisse). Die Summe der Pfadwahrscheinlichkeiten ergibt entsprechend 1.

In dem vorliegenden Beispiel gibt es für das Auftreten  $n=1$  LE nach Reservierungskriterium 3 Pfade (also 3 Pfade, bei denen genau ein Knoten ein positives Ereignis darstellt), für  $n=2$  vier Pfadverläufe und für  $n=3$  einen Pfadverlauf. Die Einzelwahrscheinlichkeiten der Pfade werden für jedes  $n$  aufsummiert und sind die gesuchte Gesamtwahrscheinlichkeit für das Auftreten von  $n$  LE nach Reservierungskriterium.

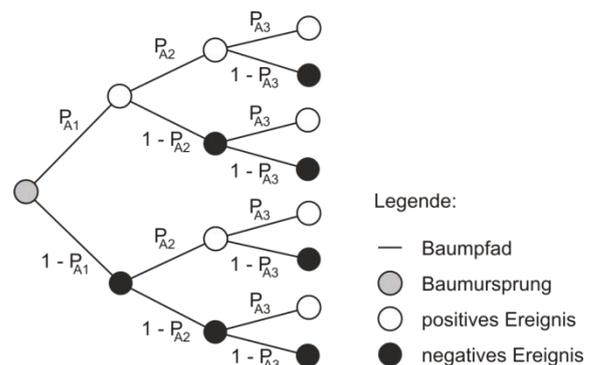


Abbildung 5: Baumdiagramm eines 3-stufigen Zufallsexperiments

Mit zunehmender Baumtiefe steigt der Rechenaufwand zur Bestimmung der  $P_n$ -Wahrscheinlichkeiten, so dass ein Verfahren entwickelt wurde, das die Anzahl der notwendigen Berechnungen reduziert. Mit Hilfe dieses Verfahrens können auch große Baumtiefen in einer angemessenen Rechenzeit verarbeitet werden.

**Schritt 4: Reservierung von Lagerfächern**

Nachdem die  $P_n$  Wahrscheinlichkeiten ermittelt wurden wird der Index  $n$  mit der höchsten Summenwahrscheinlichkeit unter allen  $P_n$  Wahrscheinlichkeiten bestimmt. Der bestimmte Index  $n$  gibt die Anzahl der zu erwartenden LE nach Reservierungskriterium an.

Handelt es sich bei der aktuellen LE um einen Langläufer, so kann es sein, dass die Wahrscheinlichkeit für den letzten berechneten Wert  $P_m$  am größten ist. Für diesen Fall wurde ein Algorithmus entwickelt, der prognostiziert, wie viele weitere Lagerfächer über  $m$  hinaus reserviert werden müssen. Innerhalb eines aktuellen VWD-Intervalls können Mehrfachbelegungen eines Lagerfaches im Zeitverlauf auftreten. Dieser Umstand verringert die Anzahl der bei der Reservierung berücksichtigten Lagerfächer. Im PRV wurde die Berücksichtigung von Mehrfachbelegungen mit Hilfe von mittleren erwarteten Verweildauern und Zwischenankunftszeiten umgesetzt.

Die Reservierungen erfolgen in Anbetracht der aktuellen Belegungssituation. Belegte Lagerfächer enthalten aufgrund der VWD-Prognose der entsprechenden LE, die in dem jeweiligen Lagerfach liegt die Information, wann das Lagerfach voraussichtlich wieder frei wird. Um effizient zu Reservieren minimiert das Reservierungsverfahren Lagerfachleerzeiten. In den Abbildungen 6 und 7 wird diese Optimierung deutlich. Die beiden Diagramme stellen die Lagerfachbelegung von drei Lagerfächern im Zeitverlauf dar. Die Rechtecke ohne Füllung sind die durchzuführenden Reservierungen. Die VWD dieser imaginären LE ist ein Mittelwert aus Vergangenheitswerten. Aufgrund der aktuellen Belegungssituation kann für die erste zu reservierende LE sowohl LF 1 als auch LF 3 reserviert werden. Wird LF 1 reserviert, so enthalten alle verfügbaren Lagerfächer die Information, dass sie entweder belegt oder reserviert sind. Eine Einlagerung der aktuellen LE mit der VWD  $\vartheta_{vdi}$  ist nicht möglich. Anders im zweiten Diagramm: Durch Minimierung der Lagerfachleerzeiten wird das LF 3 reserviert. Eine Einlagerung der aktuellen LE in das LF 1 ist nun möglich.

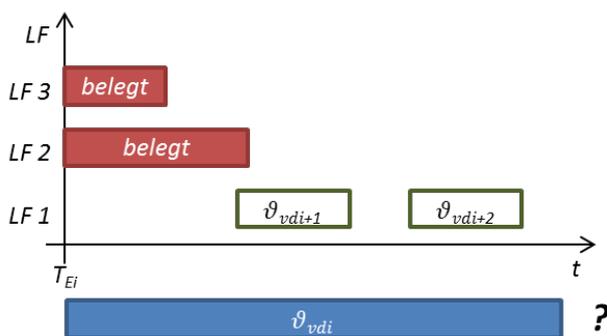


Abbildung 6: Reservierung ohne Minimierung von Lagerfachleerzeiten

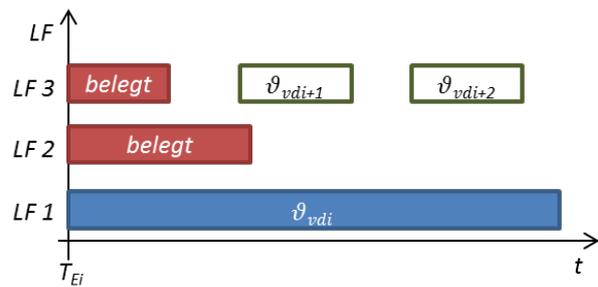


Abbildung 7: Reservierung mit Minimierung von Lagerfachleerzeiten

### Schritt 5: Einlagern einer Ladeeinheit

Nachdem die Lagerfächer für die LE nach Reservierungskriterium reserviert wurden kann die aktuelle LE eingelagert werden. Die LE wird in das nächste freie, fahrzeitgünstigste Fach eingelagert. Da es im Lager meist Bereiche gleicher Fahrzeit gibt (sog. Isochronen) stehen mitunter mehrere Lagerfächer zur Auswahl. Für diesen Fall wurde ein zweites Optimierungskriterium eingeführt, welches unter diesen Lagerfächern das LF auswählt, dessen Anfahrt den geringsten Energieverbrauch für das RBG benötigt. Als Grundlage für die Berechnung der einzelnen Energiebedarfe eines Lagerfachs dient der Berechnungsansatz für den Energiebedarf für ein Einzelspiel aus [HEG13].

### Zusammenfassung

In der Abbildung 8 ist der Ablauf des prognosebasierten Reservierungsverfahrens (PRV) zusammenfassend dargestellt.

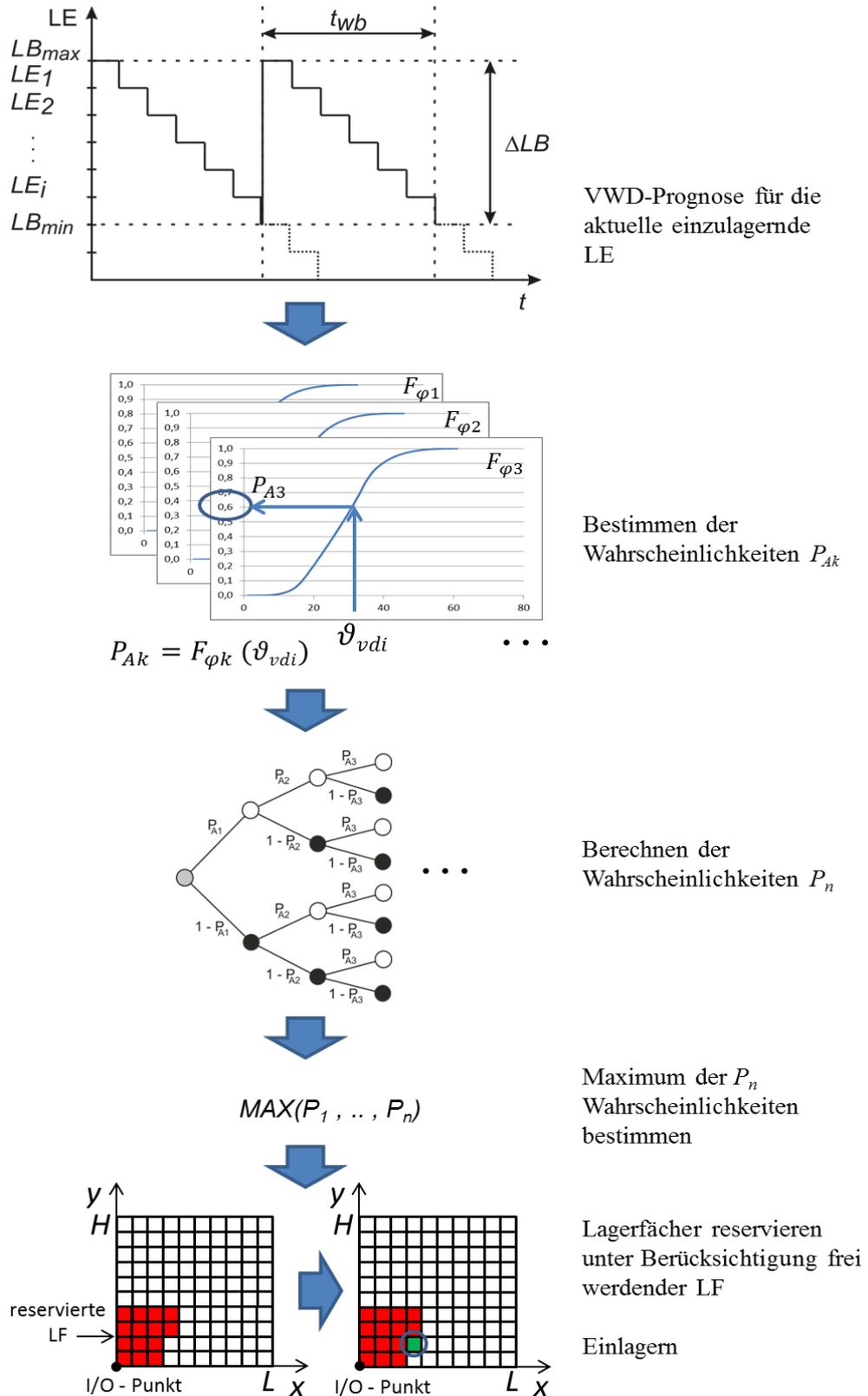


Abbildung 8: Lagerfachbestimmung nach dem PRV

## 4 SIMULATIONSSTUDIEN

### 4.1 DAS LAGERMODELL

Für die simulativen Untersuchungen wurde eine rechteckige Regalfläche wie in der Abbildung 9 mit dem Übergabepunkt in der linken unteren Ecke gewählt. Die Regalfläche besteht aus 10x10 Lagerfächern. Jedes Regalfach hat eine Größe von 1 x 1 m. Das Regalbediengerät hat einen parallelen Bewegungsablauf bei einer Geschwindigkeit von  $v_x = v_y = 1 \text{ m/s}$  (die Beschleunigung wird vernachlässigt). Aus der Lagergeometrie und den Bewegungsdaten des Regalbediengerätes folgt ein diagonalen Verlauf der Geschwindigkeitsgerade durch die Regalfläche. Die Geschwindigkeitsgerade beschreibt das Verhältnis von Hub-/Senkgeschwindigkeit und Fahrgeschwindigkeit des RBG zu der Lagerhöhe und Lagerbreite der Regalfläche. Bei einer diagonalen Geschwindigkeitsgeraden wie im vorliegenden Fall entspricht das Verhältnis von Hub-/Senkgeschwindigkeit zu Fahrgeschwindigkeit dem Verhältnis von Lagerhöhe zu Lagerbreite. Es werden ausschließlich Einzelspiele durchgeführt.

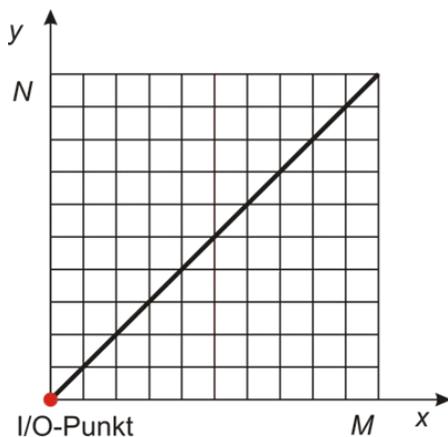


Abbildung 9: Lagerfläche mit 10x10 Lagerfächern und diagonalen Geschwindigkeitsgerade

Die LE der Artikel des ankommenden Warenstroms sind sortenrein. Jedes Lagerfach kann genau eine LE aufnehmen. Bei einer Auslagerung werden ganze LE entnommen, es finden keine Rücklagerungen statt.

Der ankommende Warenstrom besteht aus einer variablen Anzahl an unterschiedlichen Artikeln. Jeder Artikel hat dabei einen sägezahnförmigen Bestandsverlauf. Die Artikel haben verschiedene Wiederbeschaffungszeiten  $t_{wb}$  und Maximalbestände  $LB_{max}$ , pro Artikel variieren diese jedoch nicht (wie z.B. bei saisonalen Schwankungen). Es gibt keinen Sicherheitsbestand; sind die LE eines Artikels verbraucht, so erfolgt sofort (ohne zeitliche Differenz) die Anlieferung der LE dieses Artikels mit einem Los, das dem Maximalbestand des Artikels entspricht. In Abbil-

dung 10 sind beispielhaft die sägezahnförmigen Bestandsverläufe von drei Artikeln mit den jeweiligen Maximalbeständen  $LB_{max}$  und Wiederbeschaffungszeiten  $t_{wb}$  überlagert dargestellt.

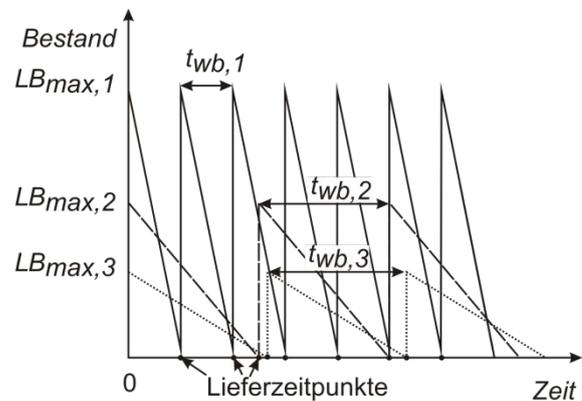


Abbildung 10: überlagerte Bestandsverläufe von 3 Artikeln

Auslagerungen werden im Simulationsmodell ausgelöst, wenn die hinterlegte VWD einer LE abgelaufen ist. Der Warenstrom ist reproduzierbar, d.h. jede Belegungsstrategie wird für die verschiedenen Szenarien mit denselben Warenströmen getestet.

Insgesamt wurden für die Simulationsstudien 9 Sortimente untersucht. Nach [RR88] wird die Kapazität eines Lagers insbesondere durch die Parameter

- Ungleichverteilung der Durchsätze im Sortiment und
- Auslastungsgrad des Lagers

beeinflusst.

Dabei gibt die Ungleichverteilung im Sortiment das Verhältnis an, wie viele Artikel des Sortiments wie viel Durchsatz erzielen. Wenn 20% der Artikel 60% der Lagerbewegungen verursachen, so wird in diesem Beitrag von einem 20/60-Sortiment gesprochen. Für die Simulation wurden Sortimente mit schwacher (20/20 Sortiment), mittlerer (20/60 Sortiment) und großer Ungleichverteilung (20/90 Sortiment) erzeugt. Die Ungleichverteilung der Durchsätze im Sortiment wurde mithilfe einer ABC-Analyse bestimmt (siehe auch [HSG76], [Sch01]).

Der Auslastungsgrad des Lagers wird über die Anzahl und die Maximalbestände der Artikel gesteuert. Vor der Simulation ist die exakte Lagerauslastung nicht bestimmbar, sodass die Variation des Auslastungsgrads experimentell ermittelt wurde.

Tabelle 1 zeigt die verwendeten Sortimente. Jedes Sortiment hat 20 Artikel mit unterschiedlichen Bestandsverläufen.

Tabelle 1: Verwendete Sortimente für die Simulationsstudie

	schwache Ungleichverteilung	mittlere Ungleichverteilung	starke Ungleichverteilung
schwache Lagerauslastung	Sortiment 1	Sortiment 2	Sortiment 3
mittlere Lagerauslastung	Sortiment 4	Sortiment 5	Sortiment 6
starke Lagerauslastung	Sortiment 7	Sortiment 8	Sortiment 9

Vor jeder Simulation wird das Lager grundinitialisiert, d.h. die Simulation startet mit einem bereits gefüllten Lager. Die Grundinitialisierung soll den Einfluss eines Einschwingverhaltens des Systems verhindern, wie es der Fall wäre, wenn das Lager zu Simulationsbeginn leer wäre. Die Grundinitialisierung erfolgt auf Basis der hinterlegten Artikel- bzw. Sortimentsdaten. Als Anfangsauslastung der Regalfläche wurde im Rahmen dieser Simulationsstudien 80% gewählt, was bedeutet, dass bei einer Lagerfächeranzahl von 100 Lagerfächern 80 Lagerfächer zu Beginn belegt sind.

Es wurden folgende Belegungsstrategien simuliert:

- chaotische Lagerung (Chaotisch),
- kürzeste-Fahrzeit-Strategie (KFZ),
- ABC- Zonierung (innerhalb der Zonen wird entweder eine chaotische Lagerung oder die KFZ angewendet),
- dynamische Zonierung (DynZon) (vgl. [Gla08]) und
- prognosebasiertes Reservierungsverfahren (PRV).

Tabelle 2: Ergebnisse der Simulationsläufe mit Sortimenten 1 – 3 (schwache Lagerauslastung)

	Sortiment 1	Sortiment 2	Sortiment 3
Ungleichvert.:	20/20	20/60	20/90
Simulationszeit:	520 Tage	280 Tage	65 Tage
Anzahl LE:	14.856	14.646	14.792
Auslastung:	60,0%	59,8%	58,4%

Zur Bewertung der Ergebnisse wurde zusätzlich ein Benchmark aus den tatsächlichen Lagerbewegungen am Ende der Simulation realisiert. Bei dem Benchmark erfolgen die Einlagerungen nach dem neuen vorgestellten Algorithmus, allerdings sind alle Lagerbewegungen bekannt und müssen nicht prognostiziert werden. Dadurch entsteht eine durchsatzoptimale Belegung der Lagerfächer.

Während der Simulation werden alle Fahrzeiten aufgezeichnet und summiert sowie die Anzahl der Ein- und Auslagerungen bzw. Arbeitsspiele gezählt. Die mittlere Spielzeit ergibt sich aus dem Quotienten der aufgezeichneten Größen:

$$t_{sm} = \frac{\sum \text{Fahrzeiten}}{\text{Anzahl Ein-/Auslagerungen}} \quad (4.1)$$

## 4.2 ERGEBNISSE

Aus den neun Sortimenten wurden neun Warenströme erzeugt, anhand derer die Belegungsstrategien getestet werden. Das PRV wurde dabei jeweils mit einer maximalen Faltungsanzahl von 100 (entspricht der Anzahl der Lagerfächer) und 500 simuliert, um den Einfluss der Anzahl der Faltungen untersuchen zu können.

Die Auswertung der Simulationsstudien erfolgt auf Basis von relativen Spielzeiten. Diese relativen Spielzeiten sind die absoluten Spielzeiten bezogen auf den Benchmark. Sie sollen den Einfluss der Sortimentsstruktur auf die mittlere Spielzeit verhindern und einen Vergleich zwischen den Simulationsstudien mit unterschiedlichen Sortimenten ermöglichen.

Die Tabellen 2 bis 4 zeigen die Ergebnisse der Simulationsstudien. Die Simulationsstudien wurden entsprechend des jeweils verwendeten Sortiments bezeichnet. Die Ergebnisse zeigen für jede Belegungsstrategie und den Benchmark sowohl die absolute mittlere Spielzeit, als auch die relative mittlere Spielzeit. Aufgrund der unterschiedlichen Verweildauerstrukturen der Sortimente ergeben sich unterschiedliche Anzahlen von Ein- und Auslagerungen und damit unterschiedlichen Simulationszeiten für die Simulationsstudien.

In der Abbildung 11 sind für jeden Simulationslauf die relativen Abweichungen vom Benchmark für jede Belegungsstrategie visualisiert.

	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$
Benchmark	10,659	0,0%	8,435	0,0%	5,802	0,0%
PRV (500 Falt.)	10,921	2,5%	8,836	4,8%	6,188	6,7%
PRV (100 Falt.)	10,921	2,5%	8,978	6,4%	6,738	16,1%
KFZ	10,954	2,8%	10,334	22,5%	9,253	59,5%
ABC-Zonierung (KFZ)	10,967	2,9%	12,628	49,7%	12,573	116,7%
DynZon	13,240	24,2%	13,646	61,8%	14,170	144,2%
ABC-Zonierung (chaotisch)	13,962	31,0%	13,969	65,6%	14,284	146,2%
Chaotisch	14,203	33,2%	14,315	69,7%	14,182	144,4%

Tabelle 3: Ergebnisse der Simulationsläufe mit Sortimenten 4 – 6 (mittlere Lagerauslastung)

	Sortiment 4		Sortiment 5		Sortiment 6	
Ungleichvert.:	20/20		20/60		20/90	
Simulationszeit:	520 Tage		280 Tage		65 Tage	
Anzahl LE:	14.858		14.624		14.766	
Auslastung:	76,5%		78,8%		77,3%	
	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$
Benchmark	12,095	0,0%	9,853	0,0%	7,086	0,0%
PRV (500 Falt.)	12,474	3,1%	10,519	6,8%	8,055	13,7%
PRV (100 Falt.)	12,474	3,1%	10,725	8,9%	9,143	29,0%
KFZ	12,578	4,0%	12,091	22,7%	11,278	59,2%
ABC-Zonierung (KFZ)	12,942	7,0%	12,690	28,8%	12,830	81,1%
DynZon	13,204	9,2%	13,015	32,1%	13,381	88,8%
ABC-Zonierung (chaotisch)	13,430	11,0%	13,411	36,1%	13,698	93,3%
Chaotisch	14,282	18,1%	14,272	44,8%	14,231	100,8%

Tabelle 4: Ergebnisse der Simulationsläufe mit Sortimenten 7 – 9 (hohe Lagerauslastung)

	Sortiment 7		Sortiment 8		Sortiment 9	
Ungleichvert.:	20/20		20/60		20/90	
Simulationszeit:	520 Tage		280 Tage		65 Tage	
Anzahl LE:	14.804		14.620		14.753	
Auslastung:	78,9%		85,3%		82,6%	
	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$	$t_{sm}$	$\Delta t_{sm,rel}$
Benchmark	11,915	0,0%	9,948	0,0%	7,304	0,0%
PRV (500 Falt.)	12,437	4,4%	11,142	12,0%	10,267	40,6%
PRV (100 Falt.)	12,440	4,4%	11,464	15,2%	11,557	58,2%
KFZ	12,576	5,5%	12,289	23,5%	11,262	54,2%
ABC-Zonierung (KFZ)	12,703	6,6%	12,955	30,2%	13,067	78,9%
DynZon	12,907	8,3%	13,053	31,2%	13,684	87,3%
ABC-Zonierung (chaotisch)	13,168	10,5%	13,419	34,9%	13,830	89,3%
Chaotisch	14,318	20,2%	14,279	43,5%	14,328	96,2%

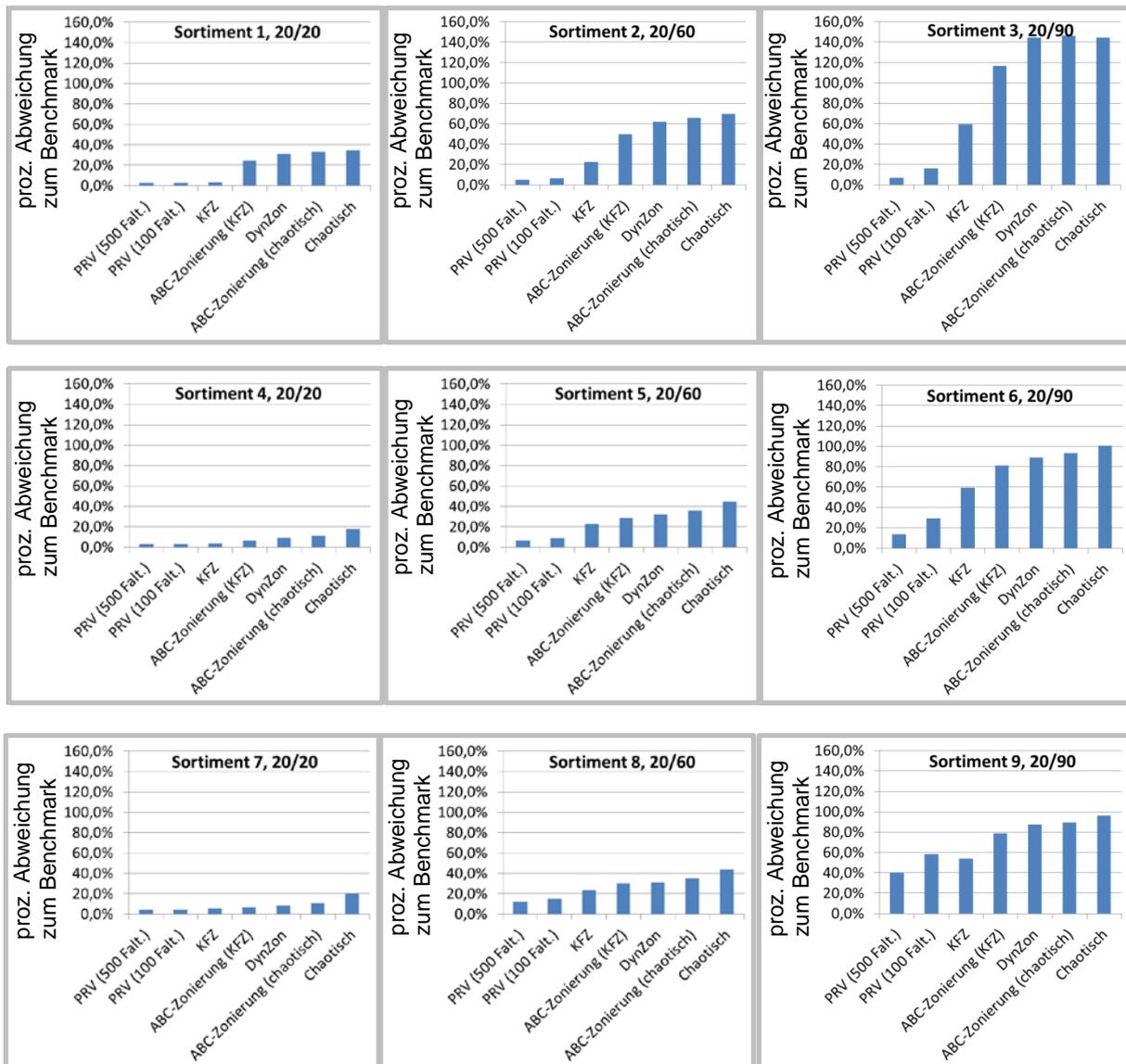


Abbildung 11: relative Spielzeiten der Belegungsstrategien für die 9 Sortimente bezogen auf den Benchmark

Es ist zu erkennen, dass die Ungleichverteilung der Durchsätze einen direkten Einfluss auf die mittlere Spielzeit hat, während die Auslastung des Lagers eine untergeordnete Rolle spielt. Mit steigender Ungleichverteilung im Sortiment erhöht sich das zu erschließende Optimierungspotenzial. Die Ursache liegt bei den Strategien, die bei der Einlagerung die VWD berücksichtigen (PRV, DynZon, ABC-Zonierung) darin, dass lange VWD zu Einlagerungen weiter hinten im Lager führen. Bei den Strategien „Chaotisch“ und „KFZ“ können durch Einlagerungen im zugriffsgünstigen Bereich Verstopfungseffekte auftreten, was ebenfalls zu Einlagerungen im hinteren Bereich der Regalfläche und damit zu einer Erhöhung der mittleren Spielzeit führt.

Das PRV mit einer maximalen Anzahl an Faltungen / Reservierungen von 500 erzielt unabhängig vom Auslastungsgrad und der Ungleichverteilung des Sortiments jeweils die besten Ergebnisse. Bei der Simulationsstudie mit Sortiment 9 (vgl. Tabelle 4) erzielt das PRV eine absolute mittlere Spielzeit von 10,267 ZE während das nächst beste Verfahren, die KFZ-Strategie, eine mittlere Spielzeit von 11,262 ZE erreicht. Das ist eine Verbesserung des PRV um 9% gegenüber der KFZ-Strategie. Im Vergleich zu der chaotischen Strategie schafft das PRV sogar eine Effektivitätssteigerung von 28%. Die Ergebnisse des Sortiments 6 (vgl. Tabelle 3) weisen noch größere Unterschiede zwischen dem PRV und den anderen Strategien auf. Im Gegensatz zur KFZ-Strategie erzielt das PRV ein um 28% besseres Ergebnis; gegenüber der chaotischen

Strategie ist die mittlere Spielzeit beim PRV sogar um 43% geringer.

Bei den Simulationsstudien mit gleichverteiltem Sortiment lässt sich erkennen, dass das PRV gegenüber den anderen Verfahren keine wesentlichen Verbesserungen der mittleren Spielzeit bietet. Wenn die Verweildauern der Artikel im Sortiment ähnlich sind, werden durchschnittlich wenige Lagerfächer reserviert; das PRV ähnelt in diesem Fall der KFZ und kann sein Optimierungspotenzial nicht entfalten. Auch bei steigender Auslastung nähern sich die Ergebnisse des PRV den Ergebnissen der anderen Strategien an. Bei steigender Auslastung muss die gesamte Regalfläche genutzt werden, was zu einem abnehmenden Optimierungspotenzial führt.

In den Simulationsstudien wurde der Einfluss der durchgeführten Faltungen untersucht. In Abhängigkeit der VWD-Struktur variieren die Anzahl der notwendigen Faltungen und damit die Anzahl der notwendigen Reservierungen. Wie bereits beschrieben sind bei einem nahezu gleichverteilten Sortiment weniger Reservierungen notwendig, besonders, wenn es sich um ein schmales VWD-Intervall handelt, indem die Verweildauern gleichverteilt auftreten. Mit steigendem Auslastungsgrad des Lagers steigt ebenfalls die Anzahl an möglichen Reservierungen, da mehr LE im aktuellen VWD-Intervall ankommen können. Die notwendige Anzahl an Faltungen beim PRV steigt also mit steigendem Lagerdurchsatz in Kombination mit einer starken Ungleichverteilung der Durchsätze im Sortiment an: In „Sortiment 9“ in Abbildung 11 reicht eine Anzahl von 100 Faltungen nicht aus, um das Optimierungspotenzial des PRV zu entfalten, die KFZ-Strategie erzielt ein besseres Ergebnis. Durch eine Erhöhung der Anzahl an Faltungen kann schließlich die relative mittlere Spielzeit deutlich gesenkt werden.

## 5 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Im vorliegenden Beitrag wurde eine neue Einlagerungsstrategie sowie deren Umsetzung in einem Simulationsmodell vorgestellt. Die Simulationsstudien haben die Leistungsfähigkeit des prognosebasierten Reservierungsverfahrens gezeigt, womit das Verfahren Grundlage für den optimalen Ressourceneinsatz innerhalb eines Hochregallagers werden kann.

Im Vergleich zu den bekannten Belegungsstrategien ist der vorgestellte Ansatz sehr rechenzeitintensiv, was allerdings aufgrund der Fahrzeiten eines Regalbediengerätes in einem realen Lager keinen Einfluss auf den Betrieb hat. Ein Ansatz zur Reduzierung des Rechenaufwands ist denkbar, wenn Langläufer gesondert behandelt werden. Betritt ein Langläufer das Lager, so kann dieser einem bestimmten Bereich des Lagers (mit maximalem Abstand zum Übergabepunkt) zugeordnet werden. Eine Umsetzung dieser Regelung bedarf weiterführender Untersuchungen, da in Abhängigkeit der Sortimentsstruktur eine

Verweildauerergrenze gefunden werden muss, ab der Ladeeinheiten als Langläufer definiert werden, ohne dass das Optimierungspotenzial des PRV signifikant beeinflusst wird.

Eine weitere Stellschraube beim optimalen Einsatz des PRV ist die Anzahl der maximalen Faltungen / Reservierungen. Hier muss ein Spagat aus Performance und Qualität ausgeführt werden, welcher durch das aufgebaute Simulationsmodell gut unterstützt werden kann. Zudem kann das PRV bei der Berücksichtigung von Mehrfachbelegungen verbessert werden, was heute ausschließlich auf Basis von Mittelwerten erfolgt.

Das PRV kann ohne großen Aufwand an saisonale Schwankungen im Sortiment angepasst werden. Dadurch erhöhen sich die Prognosequalität und damit die Qualität der Einlagerungen an den richtigen Lagerorten. Auch eine Anpassung des Algorithmus auf dynamische Schwankungen im Sortiment ist denkbar.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die prognosebasierte Schnellläuferstrategie einen großen Beitrag zur optimalen Auslastung der Ressource Lager leistet. Das Verfahren kann auf unterschiedliche praxisrelevante Probleme und Sonderfälle angepasst werden. Es bleibt allerdings zu beachten, dass eine Prognose (und damit die Ausnutzung des Lagers) nur so gut sein kann wie die zugrunde liegende Datenquelle.

## LITERATUR

- [BBK09] Bamberg, Günter; Baur, Franz; Krapp, Michael: *Statistik*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München, 2009.
- [Gla08] Glass, Michael: *Schnellläuferstrategien in Lagern und Dynamische Zonierung*. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2008.
- [Gud12-1] Gudehus, Timm: *Logistik 1 – Grundlagen, Verfahren und Strategien*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2012.
- [Gud12-2] Gudehus, Timm: *Logistik 2 – Netzwerke, Systeme und Lieferketten*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2012.
- [HEG13] Habenicht, Sebastian; Ertl, Rainer; Günthner, Willibald: *Analytische Energiebedarfsbestimmung von Intralogistiksystemen in der Planungsphase*. In: ten Hompel, Michael (Herausgeber): 9. Fachkolloquium der WGTL, Tagungsband, Dortmund, 77-90, 2013.
- [HSG76] Hausman, Warren H.; Schwarz, Leroy B.; Graves, Stephen C.: *Optimal storage assignment in automatic warehousing systems*. In: Management Science, 22:6, February 1976.
- [RR88] Rosenblatt, Meir J.; Roll, Yaakov: *Warehouse capacity in a stochastic environment*. In: International Journal of Production Research, 26:12, 1847-1851, 1988.
- [Sch01] Schulte, Gerd: *Material- und Logistikmanagement*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2001.
- [Sch98] Schürger, Klaus: *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1998.
- [tHS08] Ten Hompel, Michael; Schmidt, Thorsten: *Warehouse Management, Organisation und Steuerung von Lager- und Kommissioniersystemen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.

Anne Piepenburg was born 1984 in Elmshorn, Germany. Between 2003 and 2007 she studied industrial engineering at the University of Applied Sciences in Wedel.

**Dr.-Ing. Dipl.-Math. Björn Piepenburg**, former Research Assistant at the Professorship of Machine Elements and Technical Logistics, Helmut-Schmidt-University. Björn Piepenburg is mathematical consultant at m<sup>2</sup>HyCon.

**Univ.-Prof. Dr.-Ing. Rainer Bruns**, Head of Professorship of Machine Elements and Technical Logistics, Helmut-Schmidt-University.

Address: Lehrstuhl für Maschinenelemente und Technische Logistik, Helmut-Schmidt-Universität, Holstenhofweg 85, 22043 Hamburg, Germany.

---

**Dipl.-Wirtsch.-Ing. Anne Piepenburg**, former Research Assistant at the Professorship of Machine Elements and Technical Logistics, Helmut-Schmidt-University.