

Klassifikation von Tier-to-Tier-Shuttle-Lagersystemen als Grundlage für analytische Durchsatzberechnungen

Markus Katz,
Michael Eder,
Georg Kartnig

Forschungsgruppe Konstruktionslehre und Fördertechnik
Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung
Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftsingenieurwesen
Technische Universität Wien

Shuttlebasierte automatische Lagersysteme, deren Fahrzeuge die Lagerebene wechseln können (Tier-to-Tier-SBS/RS), ermöglichen den Einsatz von weniger Fahrzeugen als Lagerebenen und damit einen wirtschaftlichen Kompromiss zwischen Investitionskosten und Durchsatzleistung. Einheitliche analytische Methoden zur Durchsatzberechnung fehlen für diese Systemklasse bislang und unter dem Begriff Tier-to-Tier werden oft technisch unterschiedliche Systeme beschrieben. Dieser Beitrag teilt Tier-to-Tier-SBS/RS in vier Grundvarianten ein, welche aus zwei funktionalen Unterscheidungskriterien gebildet werden, nämlich die Realisierung des Shuttle-Ebenenwechsels und die Verbringung von Ladeeinheiten zur und von der Lagervorzone. Aus der Klassifikation wird ein methodischer Rahmen abgeleitet, der jeder Variante die erforderlichen Modellbausteine zuordnet und ihre analytische Berechenbarkeit abschätzt. Für eine Grundvariante mit Shuttle-Lift wird ein analytisches Durchsatzmodell aus diskreten Spielzeiten und einem Wartesystem mit endlicher Population aufgestellt und mittels Simulation validiert.

[Schlüsselwörter: SBS/RS, Tier-to-Tier, Durchsatzberechnung, Warteschlangentheorie, Klassifikation]

Shuttle-based storage and retrieval systems whose vehicles can change storage tiers (tier-to-tier SBS/RS) allow for the use of fewer vehicles than tiers, thereby providing an economic trade-off between investment costs and throughput. To date, there are no unified analytical methods for throughput calculation for this system class, and the term tier-to-tier is often used to describe systems that differ technically. This paper classifies tier-to-tier SBS/RS into four basic variants that are defined by two functional criteria, which are the realisation of shuttle tier change and the transfer of load units to and from the storage pre-zone. From this classification, a methodological framework is derived that assigns

necessary model components to each variant and estimates their analytical tractability. For a basic variant with a shuttle lift, an analytical throughput model consisting of discrete cycle times and a finite-source queueing system is developed and validated through simulation.

[Keywords: SBS/RS, tier-to-tier, throughput calculation, queueing theory, classification]

1 EINLEITUNG

Shuttlebasierte automatische Lagersysteme (SBS/RS) haben sich aufgrund ihrer hohen Durchsatzleistung und Skalierbarkeit als wichtige Systemklasse in der Intralogistik etabliert [1, 2]. Shuttlefahrzeuge fördern hierbei Ladeeinheiten horizontal zwischen Regalplätzen, während Lifte den vertikalen Transport übernehmen. In der klassischen, ebenegebundenen Bauform (Tier-captive) ist jeder Lagerebene ein Shuttle fest zugeordnet. Für diese Bauform existieren bewährte analytische Verfahren zur Durchsatzberechnung [3, 4, 5].

Zusätzlich gewinnen Systeme an Bedeutung, bei denen die Fahrzeuge die Lagerebene wechseln können (Tier-to-Tier). Ihr wesentlicher Vorteil liegt darin, dass weniger Shuttles als Lagerebenen eingesetzt werden können. Die Fahrzeuganzahl wird somit zu einem vom Regalbau unabhängigen Auslegungsparameter, wodurch sich Investitions- und Betriebskosten gegen Durchsatzleistung abwägen lassen. Küçükyaşar et al. [6] zeigen für vergleichbare Lagerkapazitäten, dass Tier-to-Tier-Konfigurationen bei reduzierter Fahrzeuganzahl deutliche Investitionskostenvorteile bei höherer Fahrzeugauslastung erzielen. Der Ebenenwechsel koppelt die Fahrzeuge allerdings über die vertikale Achse und erzeugt somit Ressourcenkonflikte.

1.1 PROBLEMSTELLUNG

Diese Kopplung führt dazu, dass die bestehenden Berechnungsverfahren bei Tier-to-Tier-Systemen nicht anwendbar sind. In Tier-captive-Systemen sind das horizontale und das vertikale Teilsystem nur über den Auftragsstrom verbunden und lassen sich weitgehend getrennt modellieren, meist als offenes Bediensystem mit dem Lift als Engpassressource [4, 5]. Sobald Fahrzeuge die Ebene wechseln, konkurrieren sie zusätzlich um eine vertikale Ressource, und der zu modellierende Auftragsstrom ist endlich und zirkulierend statt extern ankommend. Vorhandene analytische Arbeiten zu Tier-to-Tier-Systemen sind jeweils auf eine konkrete Konfiguration zugeschnitten [7, 8, 9] und nicht ohne Weiteres auf andere Bauformen übertragbar.

Erschwerend kommt hinzu, dass unter dem Begriff Tier-to-Tier technisch unterschiedliche Systeme zusammengefasst werden, deren Durchsatzverhalten von verschiedenen Mechanismen bestimmt wird. Um bei der Entwicklung eines konkreten Systems ein Durchsatzmodell aufstellen zu können, muss zuerst die Frage geklärt werden, welcher Modelltyp für diese Bauform überhaupt der richtige ist. Diese Frage wird in der Literatur bisher nicht systematisch beantwortet.

Dieses Muster ist auch in anderen automatischen Lagersystemen sichtbar. Walz et al. [10] zeichnen die Entwicklung der Durchsatzmodellierung historisch nach und zeigen, dass Berechnungsmodelle und Richtlinien der industriellen Umsetzung eines Systems regelmäßig um Jahre bis Jahrzehnte nachlaufen. Neue Lagertechnik erforderte bislang ein eigenes, nachträglich entwickeltes Modell. Auch Richtlinien zur Durchsatz- und Spielzeitermittlung [11, 12, 13] decken nur etablierte Bauformen ab und dienen eher der Abnahme statt der Planung. In der Auslegungspraxis bleibt daher meist nur das Zurückgreifen auf Erfahrungswerte oder die Simulation. Letztere kann zwar präzise Ergebnisse liefern, erfordert dafür aber je Entwurf ein eigenes Modell und statistisch belastbare Laufzeiten [14], wodurch sie für das Testen vieler Konfigurationen in der Konzeptphase sehr aufwendig wird.

1.2 MOTIVATION UND ZIELSETZUNG

Ausgangspunkt dieses Beitrags ist ein Forschungsvorhaben, das die Durchsatzberechnung automatischer Lagersysteme automatisieren soll. Aus einer formalen, systematischen Beschreibung eines Lagersystems sollen passende Spielzeit- und Durchsatzberechnungen abgeleitet werden [15, 16]. Bei der Anwendung auf Tier-to-Tier-SBS/RS ergeben sich allerdings Schwierigkeiten, da eine einheitliche Beschreibung und Berechnungsmethodik noch nicht vollständig vorhanden ist. Es fehlt das Bindeglied, das einer gegebenen Variante das zutreffende Berechnungsverfahren zuordnet.

Dieser Beitrag verfolgt dazu zwei Teilziele. Erstens wird eine systematische Klassifikation von Tier-to-Tier-SBS/RS vorgestellt, die auf zwei funktionalen Unterscheidungskriterien beruht (Abschnitt 3). Zweitens wird daraus ein methodischer Rahmen abgeleitet, der die erforderlichen Modellbausteine für die Spielzeit- und Durchsatzberechnung zuordnet (Abschnitt 4). Die später systematisch entwickelten analytischen Methoden sollen eine schnelle Berechnung der Spielzeiten und des möglichen Systemdurchsatzes bieten und daher möglichst ohne numerische oder iterative Verfahren auskommen.

Die Tragfähigkeit des Rahmens wird an einer ersten Grundvariante demonstriert. Für sie wird ein analytisches Durchsatzmodell aufgestellt und mittels ereignisdiskreter Simulation validiert (Abschnitt 5). Der Mehrwert dieser Arbeit liegt damit weniger im Aufstellen einzelner analytischer Modelle als in der Modellwahlentscheidung, die der Modellbildung vorgelagert ist.

2 LITERATUR ZU ANALYTISCHEN METHODEN

Die Literatur zur Leistungsberechnung shuttlebasierter Lagersysteme lässt sich in vier Stränge gliedern: die Modellierung ebenengebundener (Tier-captive) SBS/RS, die AVS/RS-Literatur als Vorläufer der Tier-to-Tier-Systeme, jüngere Arbeiten zu Tier-to-Tier-SBS/RS sowie die Modellierung autonomer vertikaler Fahrzeugbewegung. Übergreifende Einordnungen liefern die Übersichtsarbeiten von Boysen et al. [1] zur Lagerung im E-Commerce und von Azadeh et al. [2] zu robotisierten Lagersystemen. Die historische Entwicklung der Durchsatzmodellierung beschreiben Walz et al. [10].

2.1 TIER-CAPTIVE SBS/RS

Für ebenengebundene SBS/RS existiert ein breites Spektrum analytischer Ansätze. Lerher et al. [3] entwickeln Spielzeitmodelle, die die Zykluszeiten von Shuttles und Liften unter Berücksichtigung der Kinematik und gleichverteilter Lagerplätze geschlossen berechnen. Die Interaktion zwischen Liften und Shuttles wird warteschlangentheoretisch erfasst. Epp et al. [4] verwenden ein zeitdiskretes Warteschlangennetzwerk, das neben Erwartungswerten auch Verteilungen und Quantile der Auftragsdurchlaufzeit liefert. Eder [5] kombiniert einen räumlich diskreten Spielzeitansatz mit einem zeitkontinuierlichen offenen Bediensystem begrenzter Kapazität und erweitert den Ansatz auf mehrfachtiefe [17] und klassenbasierte Lagerung [18]. Tappia et al. [19] modellieren kompakte Shuttlesysteme, indem sie die Lagerebenen als semi-offene Warteschlangennetzwerke und den vertikalen Transport als nachgeschaltetes Bediensystem abbilden.

Diese Arbeiten behandeln Systeme, in denen Shuttles exklusiv in ihren Ebenen arbeiten. Lifte fördern ausschließ-

lich Ladeeinheiten zu oder von Übergabepuffern, wodurch das horizontale und das vertikale Teilsystem nur über den Auftragsstrom gekoppelt sind und sich weitgehend getrennt modellieren lassen.

2.2 AVS/RS

Der Fahrzeug-Ebenenwechsel selbst ist nicht neu. Die von Malmberg begründete Literatur zu Autonomous Vehicle Storage and Retrieval Systems (AVS/RS) betrachtet von Beginn an Fahrzeuge, die über Lifte zwischen den Ebenen wechseln. Malmberg [20] entwickelt hierfür erste analytische Zustandsmodelle für Einzel- und Doppelspiele. Fukunari und Malmberg [21] führen ein Netzwerk-Warteschlangenmodell ein, das die Anteile von Einzel- und Doppelspielen aus der Zyklustypverteilung bestimmt. Heragu et al. [22] sowie Marchet et al. [23] verwenden offene Warteschlangennetzwerke zur Leistungsberechnung und leiten daraus einen Auslegungsrahmen ab. Cai et al. [9] modellieren ein AVS/RS mit Tier-to-Tier-Fahrzeugen als semi-offenes Warteschlangennetzwerk und erfassen damit die Konkurrenz der Fahrzeuge um Lifte und Gassen. Ekren et al. [24] lösen ein solches Netzwerk matrixgeometrisch. Roy et al. quantifizieren die Auslegungsabwägung zwischen Fahrzeuganzahl und Leistung [25] und untersuchen die Blockiereffekte zwischen den Fahrzeugen [26]. Lerher [27] erweitert die Spielzeitmodellierung auf gassen- und ebenenwechselnde Fahrzeuge.

Die Literatur liefert vor allem zwei Erkenntnisse. Erstens liegen für den liftgebundenen Ebenenwechsel etablierte warteschlangentheoretische Behandlungen vor, allerdings jeweils für eine konkrete Konfiguration mit festgelegter Zuordnung von Fahrzeug- und Gütertransport. Zweitens sind die Blockiereffekte der Fahrzeuge eine eigenständige, maßgebliche Modellgröße. Historisch hat sich die SBS/RS-Literatur durch die Spezialisierung auf die ebenengebundene Konfiguration von der AVS/RS-Literatur abgespalten.

2.3 TIER-TO-TIER-SBS/RS

Ha und Chae [28] untersuchen ein Tier-to-Tier-SBS/RS, bei dem ein einziger Lift sowohl Ladeeinheiten als auch Shuttles transportiert, und entwickeln darauf aufbauend ein Entscheidungsmodell zur Bestimmung der Fahrzeuganzahl [7]. Dong und Jin [8] leiten Fahrzeitmodelle für verschiedene Lagerplatzvergabe-strategien und Dispatching-Regeln ab. Zhao et al. [29] bilden ein Tier-to-Tier-SBS/RS als semi-offenes Warteschlangennetzwerk ab und untersuchen die Koordination von Shuttle- und Lift-Teilsystem. Küçükyaşar et al. [6] vergleichen Tier-captive- und Tier-to-Tier-Konfigurationen hinsichtlich Kosten und Leistung. Mao et al. [30] modellieren ein Mehrweg-fähiges Palettenshuttlesystem als offenes und semi-offenes Warteschlangennetzwerk. Gootzen et al. [31] untersuchen ein Full-Roaming-System, dessen Shuttles Gassen und über Lifte auch Ebenen wechseln können, und optimieren die Auftragszuwei-

sung mittels simulationsbasierter Untersuchungen. Jüngere Arbeiten adressieren Steuerungsfragen solcher Systeme, etwa die gemeinsame Optimierung von Auftragsreihenfolge und Lagerplatzzuweisung bei mehreren möglichen Auslagerorten [32].

2.4 AUTONOME VERTIKALE FAHRZEUGBEWEGUNG

In einer neueren Systemklasse wird für den Ebenenwechsel vollständig auf Lifte verzichtet. Azadeh et al. [33] analysieren ein System, dessen Fahrzeuge autonom vertikal im Regal verfahren, mittels eines geschlossenen Warteschlangennetzwerks, optimieren so die Regalgeometrie und vergleichen Blockierprotokolle für den Fahrzeugverkehr. Chen et al. [34] modellieren regalkletternde Roboter, die Ladeeinheiten ohne Lifte und Stetigförderer bis zur Arbeitsstation bringen, als semi-offenes Warteschlangennetzwerk und untersuchen den Einfluss von Blockier- und Zuweisungsstrategien. Chen et al. [35] übertragen die Analyse auf mehrfach-tiefe Regallayouts. Für die autonome vertikale Bewegung sind damit anstelle eines zentralen Bedieners die Verkehrs- und Blockierkonflikte des Fahrzeugkollektivs der entscheidende Einfluss.

2.5 FORSCHUNGSLÜCKE

Zusammenfassend existieren in der Literatur leistungsfähige Modelle für einzelne Konfigurationen. Die Ansätze unterscheiden sich jedoch stark in Modelltypen und Annahmen und sind jeweils auf die betrachtete Konfiguration zugeschnitten. Was fehlt, ist eine systematische Einordnung, welche Tier-to-Tier-Konfigurationen möglich sind, welche Ressourcenkonflikte sie jeweils prägen und welche Modellbausteine daraus folgen.

Gegenstand dieses Beitrags sind regal- und gassengebundene Shuttlesysteme mit diskreten Lagerebenen, bei denen die Fahrzeuge die Ebene wechseln können, unabhängig davon, ob der Wechsel über einen Lift oder autonom erfolgt. Damit fallen auch regalkletternde Fahrzeugkonzepte in den Betrachtungsbereich (sofern sie ebenen- und gassenorientierte Regale bedienen). Nicht betrachtet werden gridbasierte Cube-Lagersysteme, da diese keine gassengebundene Ebenenstruktur aufweisen und einer eigenen Systemklasse angehören.

3 KLASSEFIKATION VON TIER-TO-TIER-SBS/RS

3.1 ANFORDERUNGEN AN DIE KLASSEFIKATION

Bestehende Ordnungsschemata für automatische Lagersysteme sortieren überwiegend nach Bauart, Fördermittel oder Fahrzeugklasse [2, 36, 37, 38]. Schaffer et al. [15, 16] entwickeln erstmals eine systematische Beschreibungsmethodik, in der die Systeme in Lager-, Handhabungs- und Transfermodule unterteilt werden, um davon ausgehend automa-

tische Durchsatzberechnungen zu ermöglichen. Da für die automatische Berechnung von Tier-to-Tier-Systemen noch keine einheitlichen Modelle vorliegen, soll die hier vorgestellte Klassifikation eine Möglichkeit bieten, diese Systemklasse zu definieren und aufzuzeigen, wo es Herausforderungen bei der analytischen Modellierung gibt. Die Systeme sollen für diesen Zweck anhand möglichst weniger Kriterien eindeutig und vollständig in Grundvarianten eingeteilt werden, wobei die benötigten Fördermittel nur funktional beschrieben werden.

3.2 UNTERSCHIEDUNGSKRITERIEN UND ANNAHMEN

In jedem SBS/RS existieren zwei getrennte Bewegungsachsen, nämlich die horizontale Bewegung der Fahrzeuge innerhalb einer Lagerebene und die vertikale Überwindung der Höhendifferenz zwischen Ebenen. In Tier-captive-Systemen ist die Zuordnung der Fördermittel zu den Bewegungsachsen eindeutig und beide Teilsysteme lassen sich weitgehend entkoppelt modellieren [4, 5]. In Tier-to-Tier-Systemen nutzen die Shuttle-Fahrzeuge sowohl die horizontale, als auch die vertikale Achse. Für die Durchsatzberechnung stellt sich daher die Frage, welches Fördermittel die vertikale Achse wofür nutzt. Weiters ergeben sich zwei unterschiedliche vertikale Transportaufgaben: der Ebenenwechsel eines Fahrzeugs und der Transport einer Ladeinheit von einem I/O-Bereich, welcher sich i. A. auf der untersten Ebene befindet, zur Lagerebene, beziehungsweise umgekehrt.

Eine dritte Bewegungsrichtung quer zu den Regalgassen könnte etwa durch Transportfahrzeuge oder sogenannte Vier-Wege-Shuttles, welche in Quergassen verfahren, realisiert werden. Dies wird in der folgenden Klassifikation allerdings nicht beachtet.

Zudem wird in allen Grundvarianten vorausgesetzt, dass Fahrzeuge eine Kapazität von einer Ladeinheit haben und sowohl Gassen, Lifte, Schächte als auch der I/O-Bereich jeweils eine Kapazität von einem Fahrzeug haben, wodurch sichergestellt wird, dass es zu keinen zusätzlichen Kollisionen kommen kann. Die Grundvarianten werden in einfacher Lagerung dargestellt, weshalb es zu keinen Umlagerungen kommt. Eine Erweiterung der Spielzeitberechnungen auf mehrfachtiefe Lagerung ist in jeder Variante möglich.

Kriterium 1: Realisierung des Shuttle-Ebenenwechsels

Der Ebenenwechsel des Fahrzeugs erfolgt entweder über einen Lift oder autonom, etwa durch Klettern in einem Regalschacht oder das Befahren von Rampen. Diese Wahl entscheidet über den grundlegenden Charakter des dominierenden Ressourcenkonflikts. Beim liftgebundenen Wechsel konkurrieren die Fahrzeuge um eine zentrale, kapazitätsbeschränkte Ressource. Es entsteht ein Bediensystem mit einer festen, zirkulierenden Kundenpopulation. Beim autonomen Wechsel entstehen stattdessen Verkehrs- und Blocka-

dekonflikte zwischen den Fahrzeugen. Im ersten Fall ist der Zustand des Systems durch die Belegung einer vertikalen Ressource beschreibbar, im zweiten durch die gemeinsame Konfiguration aller Fahrzeuge.

Kriterium 2: Verbringung der Ladeeinheiten vom und zum I/O-Bereich

Der I/O-Bereich ist der Übergabepunkt der Lagergüter zwischen dem Regal und der Lagervorzone. Dieser wird beispielsweise durch Stetigförderer realisiert, welche sich auf der untersten Lagerebene befinden. Entweder transportiert das Fahrzeug die Ladeinheit selbst bis zum I/O-Punkt, so dass vertikale Güterbewegung und Fahrzeugbewegung sich dieselbe Ressource teilen, oder ein separates Fördermittel, wie ein Ladeeinheiten-Lift, übernimmt den vertikalen Transport. Im ersten Fall ist die Zykluszeit eines Fahrzeugs vollständig aus seinem eigenen Weg ableitbar. Im zweiten Fall werden meist Pufferplätze in den Lagerebenen vorgesehen, welche zur Übergabe zwischen den Fördermitteln dienen, wodurch Fahrzeug- und Gütertransport entkoppelt werden und zwei Bediensysteme mit einer Schnittstelle endlicher Kapazität entstehen.

Die beiden Kriterien sind unabhängig voneinander und spannen somit eine 2x2-Matrix auf, deren vier Felder den Raum der Tier-to-Tier-Grundsysteme abdecken (Abbildung 1). Weitere Systemeigenschaften lassen sich innerhalb der Grundsysteme einbinden.

		Fördermittel der Ladeinheit (LE) zw. Regal und I/O-Bereich	
		Shuttle	separater LE-Lift
Realisierung des Shuttle-Ebenenwechsels	Shuttle-Lift	System 1 Fördermittel: • Shuttle (horizontal) • Shuttle-Lift	System 2 Fördermittel: • Shuttle (horizontal) • Shuttle-Lift • LE-Lift
	autonom	System 3 Fördermittel: • Shuttle (horizontal und vertikal)	System 4 Fördermittel: • Shuttle (horizontal und vertikal) • LE-Lift

Abbildung 1: Einteilung von Tier-to-Tier-SBS/RS in vier Grundsysteme anhand zweier funktionaler Kriterien

3.3 ANALYSE DER VIER GRUNDVARIANTEN

Nachfolgend werden die Grundvarianten und ihre Lagerabläufe beschrieben und jeweils die für den Durchsatz relevanten Ressourcenkonflikte, modellierungsrelevante Besonderheiten, die analytische Berechenbarkeit sowie zusätzliche relevante Unterscheidungsmerkmale untersucht.

3.3.1 SYSTEM 1: EBENENWECHSEL MITTELS LIFT, LE-TRANSPORT NUR MITTELS SHUTTLE

Abbildung 2 zeigt eine Systemskizze der ersten Grundvariante in Grund- und Aufriss.

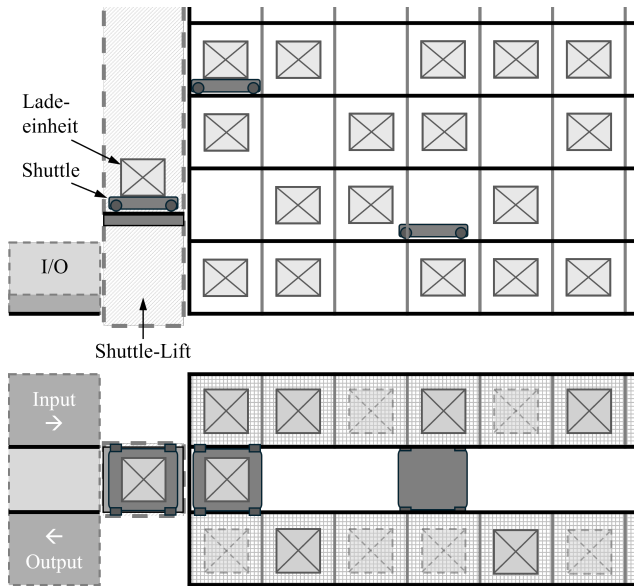


Abbildung 2: Skizze einer Grundvariante von System 1 in Grund- und Aufriss

Ablaufbeschreibung: Ein Shuttle übernimmt die einzulagernde Ladeeinheit (LE) am I/O-Punkt und fährt damit zum Liftschacht. Der Shuttle-Lift hebt das Fahrzeug auf die Zielebene, das Shuttle fährt in die Gasse und lagert die LE ein. Anschließend folgt die Shuttle-Leerfahrt zur Position der nächsten auszulagernden LE. Liegt diese auf derselben Ebene, ist dies eine reine Gassenfahrt. Andernfalls kehrt das Shuttle zum Liftschacht zurück, wird vom Lift auf die Zielebene versetzt und fährt dort zum Regalplatz. Mit der aufgenommenen Ladeeinheit fährt es wieder an den Liftschacht, wird auf die I/O-Ebene abgesenkt und gibt die Ladeeinheit am I/O-Punkt ab, wo bereits die nächste Einlagereinheit bereitsteht. Der Lift wird somit bei einem Doppelspiel zweimal für Lastfahrten und bei Bedarf ein drittes Mal für den Ebenenwechsel angefordert.

Ressourcenkonflikte und Dynamik: Der Lift ist die einzige zentrale Ressource und erfüllt eine Doppelfunktion. Er transportiert sowohl leere Fahrzeuge beim Ebenenwechsel als auch beladene Fahrzeuge zum und vom I/O-Bereich. Alle Fahrzeuge konkurrieren um diese Ressource. Beenden mehrere Shuttles ihre Gassenfahrt in kurzem zeitlichen Abstand, entstehen somit Wartezeiten. Da eine feste Anzahl von K Fahrzeugen zyklisch zwischen Gassenphase und Liftbedienung wechselt, liegt ein Bediensystem mit endlicher, zirkulierender Kundenpopulation vor. Analytisch kann dieses näherungsweise etwa als sogenanntes Ma-

schinenreparaturmodell ($M|M|1|\infty|K$) mit einem Bediener und K Kunden abgebildet werden [39], was in Abschnitt 5 demonstriert wird. Bei ausgelastetem Lift bestimmt dessen Kapazität den Durchsatz, bei nicht ausgelastetem Lift dominieren Wartezeiten aus der asynchronen Fahrzeugankunft.

Modellierungsrelevante Besonderheiten: Zwei Punkte sind hier entscheidend. Erstens bedient der Lift Aufträge unterschiedlichen Typs, die sich in ihrer Bedienzeitverteilung unterscheiden, nämlich Aufwärtsfahrten zum Einlagern, Abwärtsfahrten zum Auslagern und Ebenenwechsel. Für eine einfache näherungsweise Lösung können diese unterschiedlichen Typen als ein einziger Auftragsstrom mit gemischter Bedienzeitverteilung modelliert werden. Zweitens ist die Shuttleanzahl wesentlich, wodurch die effektive Ankunftsrate am Lift vom Systemzustand abhängt, da von K Fahrzeugen nur die momentan nicht bedienten oder wartenden als nächste Ankommende in Frage kommen. Ein offenes Bediensystem mit externer Ankunftsrate, wie es für Tier-captive-Systeme üblich ist [5], überschätzt hier die Last. Da der I/O-Bereich mit endlicher Kapazität modelliert wird, kann in der Zeit, in der er durch einen Lastwechsel blockiert ist, vom Lift keine weitere Abwärtsfahrt bedient werden. Es können allerdings in dieser Zeit Ebenenwechsel abgearbeitet werden, wodurch die Bedienabfolge keiner einfachen FCFS-Reihung entspricht.

Berechenbarkeit: Benötigt werden Spielzeitmodelle für die Gassenphase, eine über die drei Auftrags Typen gemischte Bedienzeitverteilung des Lifts sowie ein Warteschlangenbaustein mit endlicher Quellpopulation. Alle erforderlichen Bausteine sind im gesetzten Rahmen verfügbar (Abschnitt 4). Abschnitt 5 führt die Berechnung für eine konkrete Ausprägung durch und validiert sie.

Weitere Unterscheidungsmerkmale: Innerhalb dieser Grundvariante wirken sich vor allem Anzahl und Lage der Lifte je Gasse, die Lage und Kapazität der I/O-Punkte, die Kapazität des Shuttle-Lifts, sowie die Lagerplatzvergabe auf die Parametrierung der Berechnungsbausteine aus. Letztere bestimmt unmittelbar, wie häufig Ebenenwechsel der Fahrzeuge erforderlich sind. Sollten innerhalb einer Ebene Gassenwechsel möglich und mehrere Fahrzeuge erlaubt sein, führt dies zu einer eigenen Warteschlangendynamik und veränderten Ankunftsrate am Lift.

Realisierungen und Einsatzbereiche: System 1 entspricht funktional dem von Ha und Chae untersuchten Aufbau mit einem Lift für Shuttles und Ladeeinheiten [28] oder etwa einem Full-Roaming-Shuttle-System, dessen Fahrzeuge Gassen und über Lifte auch Ebenen wechseln [31]. In der Behälterlagerung ist die Bauform für Sortimente mit geringer bis mittlerer Umschlagshäufigkeit attraktiv, weil dort die Auslastung einer ebenengebundenen Fahrzeugflotte niedrig bliebe [6]. In der Palettenlagerung entspricht sie Mehrweg-Shuttlesystemen, deren Fahrzeuge über einen Hubmast zwischen den Ebenen wechseln [30].

3.3.2 SYSTEM 2: EBENENWECHSEL MITTELS LIFT, SEPARATER LADEEINHEITEN-LIFT

Abbildung 3 zeigt eine Skizze der zweiten Grundvariante.

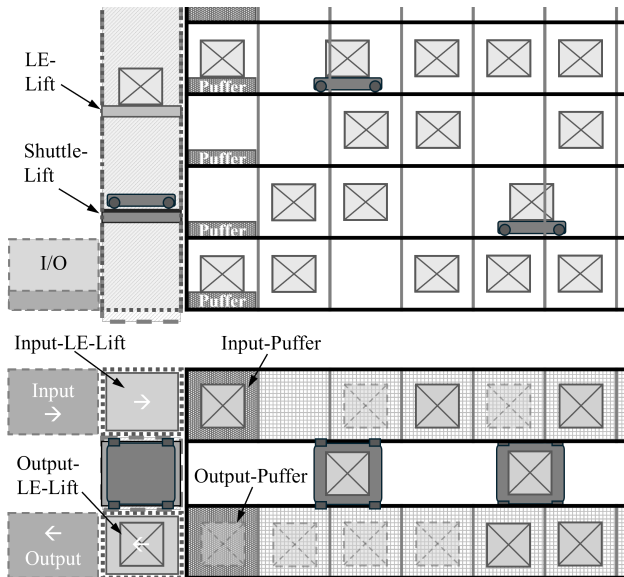


Abbildung 3: Skizze einer Grundvariante von System 2 in Grund- und Aufriss

Ablaufbeschreibung: Die Ladeeinheit wird am I/O-Punkt vom LE-Lift übernommen und auf die Zielebene gehoben, wo sie im Input-Puffer abgelegt wird. Ein freies Shuttle nimmt sie aus dem Puffer auf und lagert sie ein. Anschließend folgt die Shuttle-Leerfahrt zur Position der nächsten auszulagernden LE, entweder als reine Gassenfahrt oder mit Ebenenwechsel über den Fahrzeuglift. Das Shuttle bringt die LE zum Output-Puffer dieser Ebene und ist nach der Übergabe frei für einen Input. Den vertikalen Auslagerweg zum I/O-Punkt übernimmt der Output-LE-Lift. Der Shuttle-Lift wird bei einem Doppelspiel nur dann angefordert, wenn ein Ebenenwechsel erforderlich ist.

Ressourcenkonflikte und Dynamik: Es existieren hier zwei vertikale Ressourcen, nämlich der Fahrzeuglift und der LE-Lift, welcher entweder als einzelner Lift für beide Richtungen ausgeführt werden kann oder wie in Abbildung 3 als Input- und Output-LE-Lift, welche jeweils in Einzelspielen arbeiten. Der Materialfluss zwischen I/O-Punkt und Regal ist durch eine Übergabestelle mit endlicher Pufferkapazität verbunden. Konflikte entstehen an beiden Lifttypen und zusätzlich an der Übergabe, falls der Puffer belegt oder der nachgelagerte Lift nicht verfügbar ist.

Der Shuttlelift bildet weiterhin ein System mit endlicher Quellpopulation der K Fahrzeuge. Der LE-Lift ist ihm über den Puffer nachgeschaltet, wobei sein Ankunftsstrom durch den Abgang des ersten Systems bestimmt wird. Die endli-

che Pufferkapazität erzeugt Rückstau, sodass ein Tandem-Warteschlangensystem mit Blockierung entsteht [40]. Zudem entkoppeln die Puffer die Fahrzeuge vom I/O-Verkehr. Ein Fahrzeug muss nach der Übergabe nicht mehr auf die vertikale Bewegung der Ladeeinheit warten, was den Fahrzeugzyklus verkürzt, dafür aber eine zweite Engpassresource schafft.

Modellierungsrelevante Besonderheiten: Die zentrale Schwierigkeit ist die Kopplung der beiden vertikalen Teilsysteme. Die Blockierwahrscheinlichkeit am Puffer beeinflusst den Abgang des ersten und den Zugang des zweiten Vertikalsystems. Der Ankunftsstrom am LE-Lift korreliert mit dem Zustand des Fahrzeuglifts.

Berechenbarkeit: Erforderlich sind die Berechnungsbausteine von System 1 und zusätzlich ein Kopplungsbaustein, der die beiden Bediensysteme über den Puffer verbindet und die gegenseitige Blockierung erfasst. Beide Teilsysteme bleiben auf zentrale Bediener mit klassisch abbildbaren Warteschlangen zurückführbar, sodass eine analytische Berechnung im gesetzten Rahmen möglich, gegenüber System 1 aber deutlich aufwendiger ist. Der Kopplungsbaustein wird in Abschnitt 4 behandelt.

Weitere Unterscheidungsmerkmale: Maßgebliche Untermerkmale sind die Pufferkapazitäten, das Kapazitätsverhältnis von Fahrzeug- und LE-Lift, die Anzahl und räumliche Anordnung der Lifte sowie die zulässigen Übergabeebenen.

Realisierungen und Einsatzbereiche: Der separate LE-Lift, wie in Abbildung 3 dargestellt, ist in Tier-captive-Systemen die Regel und wird in Tier-to-Tier-Systemen dort interessant, wo der Fahrzeug-Ebenenwechsel selten stattfinden muss. Der LE-Lift kann dann durchgehend arbeiten, während der Fahrzeuglift nur bei Bedarf aktiv ist. Bei klassenbasierter Lagerung können die Ebenen mit hochfrequentierten Gütern mit Shuttles ausgestattet sein und die restlichen Ebenen nur bei Bedarf über den Shuttle-Lift angefahren werden. Funktional verwandt sind kompakte Shuttlesysteme, in denen ein eigenes Vertikalsystem die Ladeeinheiten und ein zweites Fördermittel die Fahrzeuge bewegt [19], sowie mehrwegfähige Palettenssysteme mit getrenntem Fahrzeug- und Lasthubwerk [30].

3.3.3 SYSTEM 3: AUTONOMER EBENENWECHSEL, LE-TRANSPORT NUR MITTELS SHUTTLE

Abbildung 4 zeigt eine Skizze der dritten Grundvariante.

Ablaufbeschreibung: Ein Shuttle übernimmt die LE am I/O-Punkt, fährt zum nächstgelegenen Shuttle-Schacht und überwindet die Höhendifferenz zur Zielebene, wenn der Einlagerplatz nicht auf Höhe des I/O-Punkts liegt. Dort lagert es die LE ein. Für die anschließende Leerfahrt zur nächsten Auslagerung nutzt es je nach Lage des Ziels er-

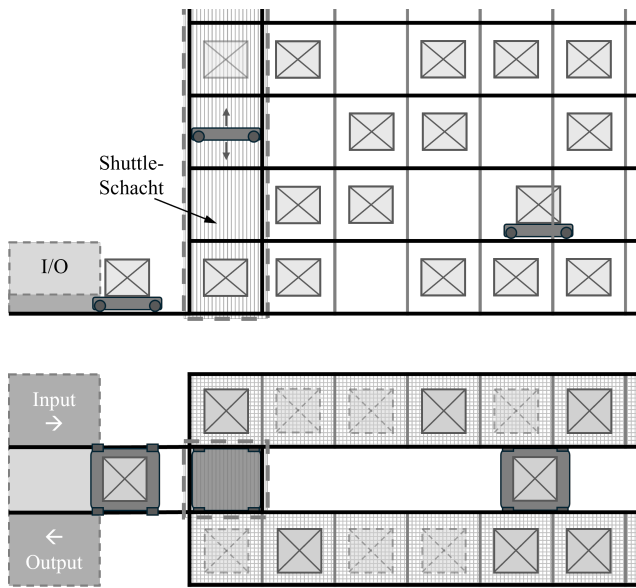


Abbildung 4: Skizze einer Grundvariante von System 3 in Grund- und Aufriss

neut einen Shuttle-Schacht oder bleibt auf der Ebene. Mit der aufgenommenen Ladeeinheit fährt es abwärts zur I/O-Ebene und gibt sie am I/O-Punkt ab. Das Fahrzeug legt somit den gesamten Weg ohne Zusammenarbeit mit einem anderen Fördermittel zurück. Verzögerungen entstehen nur, wenn andere Fahrzeuge denselben Fahrweg belegen.

Ressourcenkonflikte und Dynamik: Es existiert kein zentraler Bediener, da die Fahrzeuge selbst in die vertikale Richtung fahren können, etwa mithilfe von Zahnstangen in einem Schacht, wie es in Abbildung 4 angedeutet ist. Abhängig davon, an wie vielen Stellen die Fahrzeuge den autonomen Ebenenwechsel durchführen können, konkurrieren sie um Fahrwege, wobei Blockaden und Ausweichmanöver entstehen. Die Blockierhäufigkeit steigt nichtlinear mit der Fahrzeugdichte im Verhältnis zur Regalgeometrie [26]. Anders als in System 1 ist der Konflikt nicht auf eine Ressource konzentriert, sondern über das gesamte Fahrwegnetz verteilt. Da kein zentraler Bedienprozess vorliegt, ist das System nicht als Bedienmodell mit einem Engpassserver beschreibbar. In der Literatur werden derartige Systeme als geschlossene oder semi-offene Warteschlangennetze modelliert, in denen Regalabschnitte oder Fahrwegsegmente als Knoten fungieren und das gegenseitige Behindern der Fahrzeuge durch Blockierprotokolle abgebildet wird [33, 34].

Modellierungsrelevante Besonderheiten: Ob ein Fahrzeug blockiert wird, hängt vom momentanen Ort aller anderen Fahrzeuge ab. Diese Zustandsabhängigkeit lässt sich nicht auf eine einzelne Bedienzeitverteilung reduzieren.

Berechenbarkeit: An die Stelle des zentralen Warteschlangenbausteins tritt ein Verkehrs- bzw. Blockierbaustein für die Fahrzeugflotte, der auf den Spielzeitmodellen der Einzelfahrten aufsetzt. Für diesen Baustein liegt im gesetzten Rahmen keine Methode vor, weil sich die dezentrale, zustandsabhängige Blockierdynamik nicht auf die Belegung einer identifizierbaren Ressource mit einer Bedienzeitverteilung reduzieren lässt (Abschnitt 4). System 3 ist ein Feld künftiger Arbeiten.

Weitere Unterscheidungsmerkmale: Innerhalb dieser Variante ist vor allem die Auslegung der vertikalen Fahrwege entscheidend, also ob das Fahrzeug nur in eigens vorgesehenen Vertikalschächten oder an jeder Regalposition die Ebene wechseln kann. Außerdem sind das Fahrzeugverhalten im Fall einer Blockade, die Fahrzeugdichte bezogen auf das Fahrwegnetz, die Existenz von Quergassen und Ausweichmöglichkeiten sowie die Zuweisungsstrategie von Fahrzeugen entscheidend. Anders als bei den liftgebundenen Varianten verändern hier mehrere dieser Merkmale die Konfliktstruktur selbst und nicht nur deren Parametrierung, was ein Grund dafür ist, warum diese Variante methodisch schwieriger zugänglich ist.

Realisierungen und Einsatzbereiche: System 3 entspricht der Klasse regalkletternder Fahrzeuge, die Ladeeinheiten aus jeder Ebene entnehmen und ohne Lift oder Steigförderer bis zur Arbeitsstation bringen. Azadeh et al. [33] stellen diese vertikale Variante der klassischen horizontalen mit Liften gegenüber. Ihr Einsatzschwerpunkt liegt in der Behälterlagerung für E-Commerce mit hoher Artikelvielfalt, wo die entfallende Übergabe zwischen Fahrzeug und Lift Durchlaufzeit spart und die Skalierung allein über die Fahrzeuganzahl erfolgt. Jüngere Layoutvarianten trennen Fahr- und Lagerebenen, um die vertikale Wegzeit zu senken [35].

3.3.4 SYSTEM 4: AUTONOMER EBENENWECHSEL, SEPARATER LADEEINHEITEN-LIFT

Abbildung 5 zeigt eine Skizze der vierten Grundvariante.

Ablaufbeschreibung: Die Ladeeinheit wird am I/O-Punkt vom LE-Lift übernommen und im Input-Puffer der Zielebene abgelegt. Ein freies Shuttle nimmt sie dort auf und lagert sie ein. Für die anschließende Leerfahrt zur nächsten auszulagernden LE überwindet das Shuttle wenn nötig eine Höhendifferenz über einen Schacht. Das Shuttle bringt die LE zum Output-Puffer dieser Ebene, von wo der LE-Lift die Abwärtsfahrt zum I/O-Punkt übernimmt. Die Shuttles bewegen sich somit frei im Regal, sind für die Ein- und Auslagerung aber an die Puffer und deren Bedienung durch den LE-Lift gebunden.

Ressourcenkonflikte und Dynamik: In System 4 überlagern die dezentralen Verkehrskonflikte des autonomen Fahrzeugkollektivs (wie System 3) mit dem zentralen Konflikt

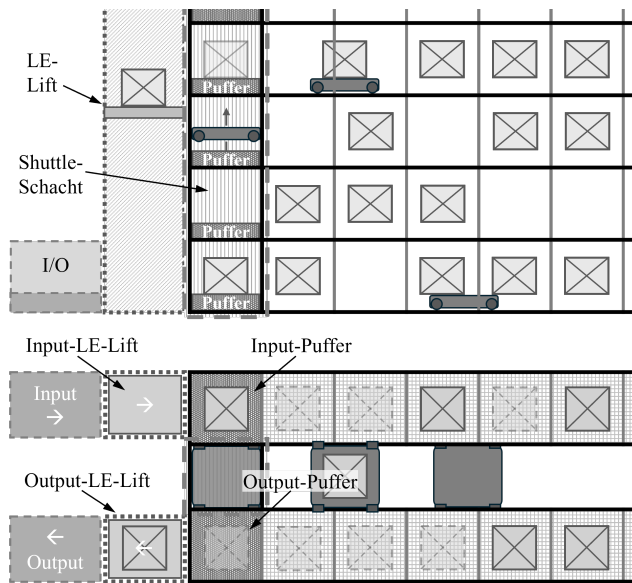


Abbildung 5: Skizze einer Grundvariante von System 4 in Grund- und Aufriss

an einem LE-Lift (wie System 2). Der LE-Lift wirkt als zentraler Engpass, dem das variabel abgebende Fahrzeugsystem vorgelagert ist. Das Modell kombiniert ein Verkehrs- bzw. Blockiermodell für das Fahrzeugkollektiv mit einer über einen Übergabepuffer gekoppelten Warteschlange am LE-Lift. Der Ankunftsstrom ist variabel und zustandsabhängig.

Modellierungsrelevante Besonderheiten: System 4 vereint die Schwierigkeiten von System 2 und System 3. Der Ankunftsprozess am LE-Lift ist weder erneuerungsartig noch aus einer festen Verteilung ableitbar.

Berechenbarkeit: Erforderlich sind der Verkehrs- bzw. Blockierbaustein aus System 3 und der Kopplungsbaustein aus System 2, wobei die Abgangsgröße des ersten die Eingangsgröße des zweiten bestimmt. Der Kopplungsbaustein setzt eine charakterisierbare Abgangsverteilung des vorgelagerten Systems voraus, die der Verkehrsbaustein nicht liefert.

Weitere Unterscheidungsmerkmale: Es gelten sämtliche Merkmale von System 3, ergänzt um die Merkmale der Übergabeschnittstelle aus System 2.

Realisierungen und Einsatzbereiche: Eine dokumentierte Reinform ist derzeit nicht bekannt. Die Variante ist dort interessant, wo autonom kletternde Shuttles nicht bis zur Lagervorzone fahren sollen, etwa weil der I/O-Bereich räumlich getrennt liegt oder ein hoher LE-Durchsatz ein eigenes, ausgelastetes Vertikalsystem für Ladeeinheiten erfordert. Verwandt sind modulare Layouts mit kletternden

Shuttles, die Fahr- und Lagerebenen trennen und die Ladeeinheiten über eigene Vertikalwege führen [35].

3.4 ABGESTUFTE ANALYTISCHE BERECHENBARKEIT

Die variantenweise Prüfung zeigt, dass die vier Grundvarianten nicht gleichermaßen analytisch zugänglich sind. Entscheidend ist Kriterium 1 (Realisierung des Shuttle-Ebenenwechsels). Der liftgebundene Ebenenwechsel (Systeme 1 und 2) konzentriert den Konflikt auf einen oder zwei zentrale Bediener, die sich auf klassische Wartesysteme mit endlicher Quellpopulation zurückführen lassen. Diese Varianten sind im gesetzten Rahmen berechenbar. Der autonome Ebenenwechsel (Systeme 3 und 4) verteilt den Konflikt dezentral und zustandsabhängig. Die Berechnung gelingt in der Literatur etwa mit MVA oder matrixgeometrischen Verfahren. Kriterium 2 wirkt innerhalb dieser beiden Gruppen komplexitätssteigernd, ohne den grundlegenden Charakter zu ändern. Der separate LE-Lift fügt jeweils eine Kopplung hinzu, für die mit den Zerlegungsverfahren ein etabliertes Werkzeug bereitsteht. Es ergibt sich eine Rangfolge zunehmender Schwierigkeit in der Modellierung von System 1 bis System 4.

4 METHODISCHER RAHMEN

Abschnitt 3 hat je Grundvariante benannt, welche Berechnungsbausteine erforderlich sind. Dieser Abschnitt beschreibt die zugrunde liegenden Methoden der Bausteine selbst. Angestrebt sind geschlossene oder niedrigdimensionale Auswertungen, die den möglichen Systemdurchsatz hinreichend genau liefern und es erlauben, viele Auslegungsoptionen in kurzer Zeit zu berechnen.

4.1 SPIELZEITMODELLE

Spielzeitmodelle beschreiben die Dauer eines Ein- oder Auslagerprozesses in Abhängigkeit von Regalgeometrie, Fahrzeugkinematik und der Lage der angefahrenen Lagerplätze. Abhängig von der Lagerplatzvergabe ergibt sich aus der Geometrie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Spielzeit. Eine räumlich diskrete Formulierung ist möglich, weil Lagerstopps und Ebenen repetitiv und endlich sind. Lerher et al. [3] leiten Fahrzeiten aus dem Trapez- bzw. Dreiecksprofil der Kinematik ab. Die Zeitverteilungen eines solchen Ansatzes lassen sich direkt als Eingangsgröße eines Warteschlangenmodells nutzen [5]. Entscheidend ist, dass die vollständige Verteilung erhalten bleibt und nicht nur ihr Erwartungswert, da dadurch die Variabilität in der Warteschlangenberechnung genutzt werden kann.

4.2 HÄUFIGKEIT DES FAHRZEUG-EBENENWECHSELS

Das entscheidende Merkmal von Tier-to-Tier-SBS/RS ist, dass ein Teil der Lagerzyklen einen Ebenenwechsel (EW) des Fahrzeugs erfordert. Die Wahrscheinlichkeit P_{EW} , mit

der ein Zyklus einen Ebenenwechsel enthält, geht direkt in die Spielzeit ein und wirkt auf die Belegung der vertikalen Ressource. Ihre Abschätzung ist deshalb für die Gesamtspielzeit und den Durchsatz ausschlaggebend. P_{EW} folgt nicht allein aus Geometrie und Kinematik, sondern hängt auch stark von der Ein- und Auslagerstrategie ab. Werden beispielsweise alle Artikel gemischt gelagert, kann bei ausreichend Platz der Einlagerort so gewählt werden, dass für die nächste Auslagerung kein Ebenenwechsel nötig ist, wodurch P_{EW} gegen 0 geht und die Spielzeit minimiert wird. Wird hingegen völlig zufällig ein- und ausgelagert, steigt P_{EW} mit der Anzahl verfügbarer Ebenen. Abschnitt 5 zeigt, wie P_{EW} für einen solchen Fall aus der erwartbaren Anzahl verfügbarer Auslagerebenen abgeschätzt wird.

4.3 WARTESYSTEM MIT ENDLICHER QUELLE

Dieser Baustein ist der zentrale Baustein der Systeme 1 und 2. Er bildet die Konkurrenz der K Fahrzeuge um einen Lift ab und liefert dessen Auslastung sowie daraus den möglichen Systemdurchsatz. Die unterschiedlichen Auftragsstypen des Lifts, also Ein- und Auslagerfahrten sowie Ebenenwechsel, gehen dabei als eine gemischte Bedienzeitverteilung ein.

Entscheidend ist, dass hier kein offenes Bediensystem vorliegt, sondern eine feste, endliche Fahrzeugzahl zwischen Gassen- und Bedienphase zirkuliert, wodurch die Senke direkt auf die Quelle zurückwirkt. Arnold und Furmans [39] benennen diese Rückführung als Merkmal geschlossener Wartesysteme und weisen darauf hin, dass umlaufende Fahr- und Ladehilfsmittel in der Praxis oft solche Systeme bilden. Sie geben für den Fall eines Bedieners und K Kunden das Modell $M|M|1|\infty|K$ an, das in der Literatur auch als Maschinenreparaturmodell bezeichnet wird [41]. Würde stattdessen ein offenes Bediensystem verwendet werden, wie es bei Tier-captive-SBS/RS passend ist, bliebe die Ankunftsrate am Lift unabhängig von der Zahl der bereits wartenden Fahrzeuge und die Last würde überschätzt. Im Modell mit endlicher Quelle folgt die Sättigung dagegen aus der zustandsabhängigen Ankunftsrate. Um eine geschlossene Lösung zu erzielen, wird näherungsweise eine Exponentialverteilung für Bedien- und Denkzeiten angenommen. Das führt vor allem dann zu Abweichungen, wenn die Bedienzeiten kurz sind, verglichen mit den Ankunftszeiten (Abschnitt 5).

4.4 KOPPLUNGSBAUSTEIN

Sobald ein separater LE-Lift vorhanden ist (Systeme 2 und 4), verbindet dieser Baustein zwei Bediensysteme über einen Puffer endlicher Kapazität und erfasst die gegenseitige Blockierung. Es entsteht eine Tandemstruktur mit endlichem Zwischenpuffer, wofür Zerlegungsverfahren ein etabliertes Werkzeug sind. Das Gesamtsystem wird in Einzelstationen zerlegt, deren Bedienzeiten um die erwartete Blockierzeit erhöht werden, und die resultierenden Gleichun-

gen werden iterativ gelöst. Dallery und Gershwin [40] zeigen in ihrer Übersicht, dass exakte Verfahren nur für kleine Systeme praktikabel sind und für größere Systeme Näherungsverfahren eingesetzt werden sollen. Mit sinkender Pufferkapazität nimmt die Kopplung zu und die Näherung wird ungenauer.

Für die einzelne, über einen Puffer laufende vertikale Übergabe kommt ein Baustein aus der Modellierung von Tier-captive-SBS/RS in Frage. Eder [5] beschreibt die Übergabe zwischen Lift und Shuttle als offenes Bediensystem mit begrenzter Pufferkapazität $(M|G|1|K)$ und bestimmt die Blockier- und Leerwahrscheinlichkeit in Anlehnung an Smith [42] geschlossen aus Zwischenankunftszeiten, Bedienzeiten und deren Variationskoeffizienten. Daraus folgt die erwartete Blockierzeit an der Übergabe.

Bei Tier-captive-SBS/RS ist der eine Teil der Übergabe eine praktisch unerschöpfliche Quelle, wenn angenommen wird, dass am I/O stets Ladeeinheiten bereitstehen. In Tier-to-Tier-SBS/RS, wie den Systemen 2 und 4, sind dagegen beide Teile, LE-Lift und Fahrzeuglift beziehungsweise autonomes Fahrzeugkollektiv, aktive Bediener mit endlicher, zustandsabhängiger Rate.

4.5 VERKEHRS- BZW. BLOCKIERBAUSTEIN

Bei autonomem Ebenenwechsel (Systeme 3 und 4) ersetzt dieser Baustein den zentralen Warteschlangenbaustein. Er beschreibt Ausweich- und Blockierzeiten des Fahrzeugkollektivs in Abhängigkeit von Fahrzeugdichte und Layout. Der Warteschlangenbaustein setzt voraus, dass sich die Verzögerung eines Fahrzeugs auf die Belegung eines Fördermittels zurückführen lässt. Diese Voraussetzung entfällt hier, da die Blockierung von der Konfiguration aller Fahrzeuge im Netz abhängt. Roy et al. [26] weisen nach, dass die Blockiereffekte quantitativ erheblich sind und sich nicht als Zuschlag auf die Fahrzeit abbilden lassen. In der Literatur werden derartige Systeme mit geschlossenen oder semi-offenen Warteschlangennetzwerken modelliert [33, 34]. Deren Auswertung erfolgt über Mittelwertanalyse (MVA) [33] oder matrixgeometrische Verfahren [24]. Beide sind nicht ohne Iteration geschlossen lösbar. Die Formulierung eines Blockierbausteins, der eine hinreichende Näherungslösung ohne Markov-Zustandsraum liefert, bleibt eine offene methodische Frage.

5 FALLBEISPIEL ZUR ANALYTISCHEN MODELLIERUNG

Die Fallstudie zeigt exemplarisch, wie die in Abschnitt 4 zugeordneten Bausteine für eine Grundvariante von System 1 eingesetzt werden können. Sie ist dabei auf die Modellstruktur und den Nachweis der Tragfähigkeit beschränkt. Die vollständige Herleitung einzelner Terme, die Parametrierung sowie die ausführliche Validierung des Durchsatzmodells sind Inhalt eines Folgebeitrags.

5.1 SYSTEMBESCHREIBUNG UND ANNAHMEN

Betrachtet wird ein Tier-to-Tier-SBS/RS der Grundvariante von System 1, welche in Abbildung 2 skizziert ist. Das Regal besteht aus n_t Lagerebenen, in denen K Shuttles und ein Lift, der sowohl den Ebenenwechsel der Shuttles als auch deren Verbringung zum I/O-Bereich übernimmt, aktiv sind. Die Gasse besitzt je Ebene n_x Lagerstopps mit je zwei Lagerplätzen, welche bei $x_i = i \Delta x$ mit $i = 1 \dots n_x$ liegen. Die Ebenen liegen bei $z_k = k \Delta z$ mit $k = 0 \dots n_t - 1$. Der Liftschacht liegt am Gassenanfang bei $x = 0$, der I/O-Übergabepunkt auf Höhe der untersten Ebene $z = 0$ im horizontalen Abstand x_{IO} . Es gelten folgende Annahmen:

- Alle Shuttles fahren durchgehend Doppelspiele (DCC). Ein Shuttle nimmt pro Zyklus eine Ladeinheit (LE) am I/O-Bereich auf, lagert diese im Regal ein, fährt danach sofort zum nächsten Auslagerplatz und bringt diese LE zum I/O-Bereich, wo der Zyklus erneut startet.
- Ein- und Auslagerplätze werden zufällig und gleichverteilt gewählt.
- Je Ebene befindet sich zu jedem Zeitpunkt höchstens ein Shuttle.
- Im I/O-Bereich darf sich ebenfalls höchstens ein Shuttle befinden.
- Der Lift bedient die K Shuttles in einer globalen First-Come-First-Served-Reihe (FCFS), wobei Ebenenwechsel vorgezogen werden, falls Abwärtsfahrten aufgrund eines blockierten I/O-Bereichs nicht möglich sind.

5.2 SPIELZEIT EINES DOPPELSPIELS

Die Fahrzeit $t(d)$ für eine Weglänge d folgt bei symmetrischem Beschleunigen und Bremsen aus dem Trapez- bzw. Dreiecksprofil der Kinematik [3]. Da die Lagerstopps und Ebenen repetitiv und endlich sind, ist die Fahrzeit jeder Elementarbewegung eine diskrete Zufallsgröße, deren Erwartungswert direkt aus der Regalgeometrie folgt. Für die mittlere Gassenfahrzeit zwischen Liftübergabepunkt und Lagerstopp gilt beispielsweise:

$$\mathbb{E}[t_x] = \frac{1}{n_x} \sum_{i=1}^{n_x} t(i \cdot \Delta x). \quad (1)$$

Analog ergeben sich die mittlere Leerfahrzeit $\mathbb{E}[t_{xx}]$ zwischen Ein- und Auslagerstopp derselben Ebene, die mittlere Lastfahrzeit $\mathbb{E}[t_z]$ des Lifts zwischen I/O- und Zielebene sowie dessen mittlere Leerfahrzeit $\mathbb{E}[t_{zz}]$ zwischen zwei verschiedenen Ebenen. In $\mathbb{E}[t_{xx}]$ wird berücksichtigt, dass vom soeben eingelagerten Stopp nicht unmittelbar wieder ausgelagert wird.

Der Shuttle-Zyklus T beginnt bei der Aufnahme eines Inputs am I/O, führt über das Einlagern im Regal zur Aufnahme eines Outputs und endet beim Abladen am I/O. Er zerfällt in eine Einlager-, eine Leerfahrt- und eine Auslager-

phase, $T = T_{in} + T_{emp} + T_{out}$. Die drei Phasen setzen sich aus den oben genannten Erwartungswerten, den deterministischen Lastwechselzeiten und Transferzeiten eines Shuttles auf den Lift sowie den jeweiligen Wartezeiten zusammen. Die Leerfahrtphase ist dabei entweder eine reine Gassenfahrt oder enthält mit der Wahrscheinlichkeit P_{EW} einen Ebenenwechsel über den Lift. In jeder der drei Phasen kann es zu eigenen Wartezeiten kommen, wenn ein Shuttle den Lift anfordert.

Für $K = 1$ entfallen sämtliche Wartezeiten im Shuttlezyklus, da der Lift stets bereitsteht. Die Phasensumme liefert dann unmittelbar die konkurrenzfreie Spielzeit $T_{(K=1)}$. Für $K \geq 2$ werden die Wartezeiten nicht einzeln bestimmt, sondern geschlossen auf Zyklusebene durch das Warteschlangenmodell in Abschnitt 5.4 aufgelöst.

5.3 EBENENWECHSELWAHRSCHEINLICHKEIT

P_{EW} folgt aus der Lagerplatzvergabe und den Ebenensperren durch die Shuttles. Bei $K = 1$ kann zu jedem Zeitpunkt aus jedem Regalplatz ausgelagert werden, sodass sich P_{EW} durch Abzählen der möglichen Auslagerplätze ergibt. Bei mehreren Shuttles reduziert die Ebenen-Exklusion die als Auslagerziel verfügbaren Ebenen, da jedes weitere Shuttle eine Ebene blockiert, solange dort eine Ein- oder Auslagerung stattfindet.

Entscheidend ist, dass der Lift jeweils nur ein Fahrzeug transportieren kann. Im Moment, in dem ein neues Auslagerziel bestimmt wird, kann daher höchstens eines der weiteren Shuttles gerade keine Ebene sperren, weil es sich am Lift oder im Lastwechsel am I/O befindet. Die Zahl der verfügbaren Ebenen N nimmt somit einen von zwei benachbarten Werten an, $N_{low} = \max(n_t - (K - 1), 2)$ und $N_{high} = \min(n_t - (K - 2), n_t)$. P_{EW} ergibt sich mit einer gewissen Gewichtung zwischen diesen Schranken. Die Gewichtung folgt aus dem Zeitanteil pro DCC, in dem eine Ebene freigegeben ist, und kann direkt aus Geometrie und Kinematik abgeschätzt werden. Herleitung und Berechnung des Gewichts sind in einem Folgebeitrag dargestellt.

Wesentlich für die Modellwahl ist, dass P_{EW} ohne iterative Schritte abschätzbar ist. Durch intelligentere Lagerstrategien als der hier rein zufälligen Platzwahl ließe sich P_{EW} gezielt reduzieren.

5.4 FINITE-SOURCE-WARTESCHLANGENMODELL

Der Lift ist die von K Shuttles geteilte Ressource. Ein soeben bedientes Shuttle muss zunächst den Rest seines eigenen Zyklus durchlaufen, bevor es den Lift erneut anfordern kann. Der Ankunftsprozess am Lift ist abhängig vom Systemzustand und wird mit wachsender Warteschlange gedrosselt. Der Prozess wird durch ein $M|M|1|\infty|K$ -Wartesystem angenähert.

Anstatt die drei Wartezeiten des Zyklus einzeln zu modellieren, wird eine einzige gemischte Bedienzeit B verwendet, die die mittlere Liftbelegung pro DCC beschreibt. Sie wird gebildet aus der Leerfahrt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Anforderungen, den beiden vertikalen Lastfahrten samt Übergaben sowie einem von P_{EW} abhängigen Verzweigungsterm. Enthält der Zyklus keinen Ebenenwechsel, ist der Lift auf der I/O-Ebene gebunden, während ein Shuttle dort den Lastwechsel ausführt. Enthält er einen Ebenenwechsel, führt der Lift diesen zusätzlich aus und wartet danach gegebenenfalls auf das I/O-Shuttle, falls der Lastwechsel dort länger dauert.

Die mittlere Denkzeit Z , die ein Shuttle außerhalb des Lifts verbringt, bevor es ihn erneut anfordert, ist der nicht liftgebundene Rest der konkurrenzfreien Spielzeit:

$$Z = T_{(K=1)} - B. \quad (2)$$

Mit der Bedienrate $\mu = 1/B$ und der Anforderungsrate $\lambda = 1/Z$ je Shuttle bildet die Anzahl n der am Lift befindlichen Shuttles einen Prozess mit zustandsabhängiger Ankunftsrate $(K - n)\lambda$ und konstanter Bedienrate μ . Seine stationäre Verteilung ist das Finite-Source-Ergebnis [39]

$$p_n = p_0 \cdot \frac{K!}{(K - n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n, \quad n = 0 \dots K, \quad (3)$$

mit p_0 aus der Normierung $\sum_n p_n = 1$. Mit der Liftauslastung $U = 1 - p_0$ folgt der Systemdurchsatz als Zahl abgeschlossener Doppelspiele pro Stunde zu

$$\vartheta = 3600 \cdot \mu \cdot U \left[\frac{DCC}{h} \right]. \quad (4)$$

Für $K = 1$ ergibt sich $\vartheta = 3600/T_{(K=1)}$. Mit wachsendem $\rho = (\lambda/\mu)$ geht $p_0 \rightarrow 0$ und der Durchsatz nähert sich der Liftengpasschranke $3600/B$ an.

5.5 VALIDIERUNG

Das analytische Modell wird gegen ein ereignisdiskretes Simulationsmodell in Simio validiert, das dieselben Annahmen abbildet. Untersucht werden 180 Konfigurationen aus vier Kinematikszenerien. Je Szenario wird die Anzahl an Lagerebenen n_t von 2 bis 10 variiert und die Anzahl aktiver Shuttles K von 1 bis $(n_t - 1)$. Die restlichen Parameter werden auf konstanten Werten gehalten. Tabelle 1 zeigt die Kinematikwerte der vier Szenarien.

Tabelle 1: Validierte Kinematikszenerien

Szenario	$v_{shuttle}$	$a_{shuttle}$	v_{lift}	a_{lift}
S1	4 m/s	∞	2 m/s	∞
S2	1 m/s	∞	4 m/s	∞
S3	4 m/s	∞	2 m/s	1,5 m/s ²
S4	1 m/s	∞	4 m/s	1,5 m/s ²

Für ein einzelnes Shuttle ist die Spielzeit vollständig durch $T_{(K=1)}$ bestimmt. Die berechneten Durchsätze weichen hier maximal 0,32 % von der Simulation ab, was den

Spielzeit-Kern des Modells bestätigt. Für $K \geq 2$ erreicht das Modell über alle Konfigurationen einen mittleren Fehler (RMSE) des Durchsatzes von 2,8 %. 163 der 180 Konfigurationen liegen innerhalb von ± 5 % Abweichung. P_{EW} wird mit einem RMSE von 0,011 wiedergegeben.

Die Genauigkeit des Durchsatzmodells ist szenarienabhängig. Sie ist dort am höchsten, wo der Lift die dominierende Ressource ist (S1, S3 und S4), weil die Spielzeit dann von der Bedienzeit B bestimmt wird, die das Modell bei hoher Auslastung gut abbildet. Am geringsten ist sie in S2, wo die Denkzeit Z aufgrund der langsamen Shuttles und unendlichen Lift-Beschleunigung groß gegenüber B ist, und das Modell die Durchsätze strukturell überschätzt.

Abbildung 6 vergleicht Berechnung und Simulation, indem für verschiedene Ebenenzahlen n_t die Durchsätze aufgetragen werden, die jeweils mit unterschiedlichen Shuttle-Anzahlen K erreicht werden.

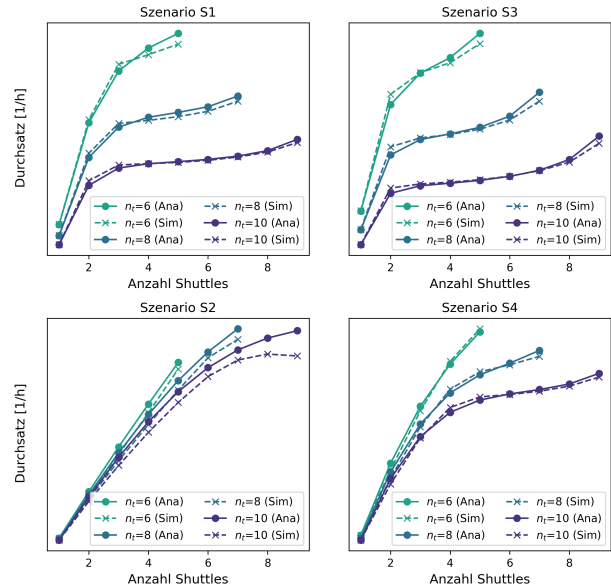


Abbildung 6: Vergleich analytisch berechneter (Ana) und simulierter (Sim) Durchsätze für die Szenarien 1 bis 4

6 DISKUSSION DER ERGEBNISSE

Die vorgestellte Klassifikation leitet Grundvarianten aus der Frage ab, welche Ressource welche vertikale Transportaufgabe übernimmt. Damit lässt sich in der Konzeptphase entscheiden, ob eine Bauform mit geringem Aufwand rechnerisch bewertbar ist oder ob eine Simulationsstudie erforderlich wird. Das Beispiel zeigt, dass mit den zugeordneten Modellbausteinen Durchsätze gut abgeschätzt werden können. Diese schnelle Berechnung ermöglicht es zum Beispiel vollständige Auslegungsräume zu berechnen, erforderliche Fahrzeuganzahlen für gewünschte Leistungen zu be-

stimmen oder Auswirkungen der Parameter zu quantifizieren. Für weitere Arbeiten benennt die Klassifikation, welche Berechnungsmodelle für welche Variante fehlen.

Die Klassifikation erfasst nur regal- und gassengebundene Systeme mit diskreten Ebenen und ordnet davon nur Grundvarianten. Die genannten weiteren Unterscheidungsmerkmale sind noch nicht systematisch aufgearbeitet. Die Zuordnung realer Systeme ist bewusst funktional gehalten und stützt sich auf Bauformen, für die eine Beschreibung des Bewegungsprinzips vorliegt. Die Aussage zur Behandelbarkeit gilt ausschließlich für den hier gesetzten Rahmen, der einen möglichst geringen Rechenaufwand vorgibt.

Die Fallstudie unterliegt den in Abschnitt 5.1 genannten Annahmen. Die Beschreibung des Lifts als $M|M|1|\infty|K$ -System ermöglicht eine geschlossene Lösung, nimmt aber exponentialverteilte Bedien- und Denkzeiten an, obwohl die tatsächlichen Zeiten deutlich geringere Variabilität besitzen. P_{EW} wird aus erwarteten Phasendauern und nicht aus dem gemeinsamen Zustand aller Ebenen abgeschätzt.

7 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Tier-to-Tier-SBS/RS erlauben es, die Fahrzeuganzahl unabhängig von der Ebenenanzahl zu wählen, und eröffnen damit einen Auslegungsspielraum zwischen Investitionskosten und Durchsatz. Nutzbar ist dies vor allem dann, wenn der Durchsatz einer Konfiguration im Voraus berechenbar ist. Dieser Beitrag hat gezeigt, wie sich die dafür erforderliche Modellwahl aus zwei funktionalen Systemeigenschaften ableiten lässt, hat den Grundvarianten erforderliche Modellbausteine zugeordnet und diese für eine Grundvariante mit Shuttle-Lift demonstriert.

Weitere Arbeiten setzen an mehreren Stellen an. Die Exponentialannahme des Shuttleliftmodells soll durch eine allgemeine Bedienzeitverteilung ersetzt werden, um die Genauigkeit in shuttlebegrenzten Konfigurationen zu erhöhen. Als nächstes wird System 2 mit separatem Lift für Ladeinheiten über ein Kopplungsmodell ausgearbeitet. Die Modellierung der Systeme mit autonomem Shuttle-Ebenenwechsel stellt eine größere Schwierigkeit dar. Gesucht ist hierfür eine Beschreibung der Blockierwahrscheinlichkeit aus Fahrzeugdichte und Layout, möglichst ohne einen Zustandsraum über alle Konfigurationen aufzuspannen. Weiters ist die Systematik der Unterkategorien zu vervollständigen, insbesondere für Merkmale, die die Konfliktstruktur qualitativ verändern, wie etwa Gassenwechsel, mehrere Lifte oder klassenbasierte Lagerplatzvergabe. Das langfristige Ziel ist eine einheitliche, parametrisch aufgebaute Berechnungsvorgabe, die für konkrete Systeme über die Klassifikation ein Durchsatzmodell zusammensetzt.

LITERATUR

- [1] N. Boysen, R. De Koster, and F. Weidinger, "Warehousing in the e-commerce era: A survey," *European Journal of Operational Research*, vol. 277, no. 2, pp. 396–411, 2019.
- [2] K. Azadeh, R. De Koster, and D. Roy, "Robotized and automated warehouse systems: Review and recent developments," *Transportation Science*, vol. 53, no. 4, pp. 917–945, 2019.
- [3] T. Lerher, B. Y. Ekren, G. Dukic, and B. Rosi, "Travel time model for shuttle-based storage and retrieval systems," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 78, no. 9–12, pp. 1705–1725, 2015.
- [4] M. Epp, S. Wiedemann, and K. Furmans, "A discrete-time queueing network approach to performance evaluation of autonomous vehicle storage and retrieval systems," *International Journal of Production Research*, vol. 55, no. 4, pp. 960–978, 2017.
- [5] M. Eder, "An analytical approach for a performance calculation of shuttle-based storage and retrieval systems," *Production & Manufacturing Research*, vol. 7, no. 1, pp. 255–270, 2019.
- [6] M. Küçükyavaş, B. Y. Ekren, and T. Lerher, "Cost and performance comparison for tier-captive and tier-to-tier SBS/RS warehouse configurations," *International Transactions in Operational Research*, vol. 28, no. 4, pp. 1847–1863, 2021.
- [7] Y. Ha and J. Chae, "A decision model to determine the number of shuttles in a tier-to-tier SBS/RS," *International Journal of Production Research*, vol. 57, no. 4, pp. 963–984, 2019.
- [8] W. Dong and M. Jin, "Travel time models for tier-to-tier SBS/RS with different storage assignment policies and shuttle dispatching rules," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 155, 2021.
- [9] X. Cai, S. S. Heragu, and Y. Liu, "Modeling and evaluating the AVS/RS with tier-to-tier vehicles using a semi-open queueing network," *IIE Transactions*, vol. 46, no. 9, pp. 905–927, 2014.
- [10] M. Walz, T. Lehmann, F. Rauscher, C. Senger, K. Furmans, M. Eder, S. Schaffer, P. Trost, M. M. Wagner, and G. Kartnig, "The genesis of throughput models for automated warehouse systems – A drama in three acts," in *17th IMHRC Proceedings, Trondheim*. Georgia Southern University, 2025.
- [11] Verein Deutscher Ingenieure, "VDI 4480 Blatt 1: Durchsatz von automatischen Lagern mit gassengebundenen Regalbediensystemen," VDI-Richtlinie, Düsseldorf, Tech. Rep., 1998, zurückgezogen 2025.
- [12] Fédération Européenne de la Manutention, "FEM 9.851: Performance data of S/R machines – cycle times," FEM-Richtlinie, Brüssel, Tech. Rep., 2003.

- [13] Verein Deutscher Ingenieure, “VDI 2692 Blatt 1: Shuttle-Systeme für kleine Ladeeinheiten,” VDI-Richtlinie, Düsseldorf, Tech. Rep., 2015.
- [14] M. Rabe, S. Spieckermann, and S. Wenzel, *Verifikation und Validierung für die Simulation in Produktion und Logistik: Vorgehensmodelle und Techniken*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008.
- [15] S. Schaffer, P. Sereda, M. Katz, M. Eder, and G. Kartnig, “Entwicklung einer Methodik zur systematischen Beschreibung von automatischen Lagersystemen,” *Logistics Journal: Proceedings*, vol. 21, 2025, DOI: 10.2195/lj_proc_schaffer_de_202510_01.
- [16] S. Schaffer, M. Eder, P. Trost, M. M. Wagner, T. Lehmann, F. Rauscher, C. Senger, M. Walz, K. Furmans, and G. Kartnig, “Towards an ontology of automated warehousing systems,” in *17th IMHRC Proceedings*, 2025, DOI: 10.34726/11721.
- [17] M. Eder, “An approach for a performance calculation of shuttle-based storage and retrieval systems with multiple-deep storage,” *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 107, pp. 859–873, 2020.
- [18] —, “An analytical approach for a performance calculation of shuttle-based storage and retrieval systems with multiple-deep and class-based storage,” *Production & Manufacturing Research*, vol. 10, no. 1, pp. 321–336, 2022.
- [19] E. Tappia, D. Roy, R. De Koster, and M. Melacini, “Modeling, analysis, and design insights for shuttle-based compact storage systems,” *Transportation Science*, vol. 51, no. 1, pp. 269–295, 2017.
- [20] C. J. Malmborg, “Conceptualizing tools for autonomous vehicle storage and retrieval systems,” *International Journal of Production Research*, vol. 40, no. 8, pp. 1807–1822, 2002.
- [21] M. Fukunari and C. J. Malmborg, “A network queuing approach for evaluation of performance measures in autonomous vehicle storage and retrieval systems,” *European Journal of Operational Research*, vol. 193, no. 1, pp. 152–167, 2009.
- [22] S. S. Heragu, X. Cai, A. Krishnamurthy, and C. J. Malmborg, “Analytical models for analysis of automated warehouse material handling systems,” *International Journal of Production Research*, vol. 49, no. 22, pp. 6833–6861, 2011.
- [23] G. Marchet, M. Melacini, S. Perotti, and E. Tappia, “Development of a framework for the design of autonomous vehicle storage and retrieval systems,” *International Journal of Production Research*, vol. 51, no. 14, pp. 4365–4387, 2013.
- [24] B. Y. Ekren, S. S. Heragu, A. Krishnamurthy, and C. J. Malmborg, “Matrix-geometric solution for semi-open queuing network model of autonomous vehicle storage and retrieval system,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 68, pp. 78–86, 2014.
- [25] D. Roy, A. Krishnamurthy, S. S. Heragu, and C. J. Malmborg, “Performance analysis and design trade-offs in warehouses with autonomous vehicle technology,” *IIE Transactions*, vol. 44, no. 12, pp. 1045–1060, 2012.
- [26] —, “Blocking effects in warehouse systems with autonomous vehicles,” *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 439–451, 2014.
- [27] T. Lerher, “Aisle changing shuttle carriers in autonomous vehicle storage and retrieval systems,” *International Journal of Production Research*, vol. 56, no. 11, pp. 3859–3879, 2018.
- [28] Y. Ha and J. Chae, “Free balancing for a shuttle-based storage and retrieval system,” *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 82, pp. 12–31, 2018.
- [29] X. Zhao, R. Zhang, N. Zhang, Y. Wang, M. Jin, and S. Mou, “Analysis of the shuttle-based storage and retrieval system,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 146 154–146 165, 2020.
- [30] J. Mao, J. Cheng, X. Li, H. Zhao, and C. Lin, “Modeling analysis of a four-way shuttle-based storage and retrieval system on the basis of operation strategy,” *Applied Sciences*, vol. 13, no. 5, p. 3306, 2023.
- [31] M. P. O. J. Gootzen, I. J. B. F. Adan, J. W. E. Heeling, and B. van Wijngaarden, “Task scheduling in a full roaming shuttle system,” in *Proceedings of the 2016 Winter Simulation Conference*. IEEE, 2016, pp. 2844–2854.
- [32] Z. Xu, L. Xu, H. Shao, T. Lehmann, and A. Matta, “Operation time and rack stability optimisation in tier-to-tier shuttle-based storage and retrieval systems with multiple retrieval locations,” *Computers in Industry*, vol. 173, p. 104385, 2025.
- [33] K. Azadeh, D. Roy, and R. De Koster, “Design, modeling, and analysis of vertical robotic storage and retrieval systems,” *Transportation Science*, vol. 53, no. 5, pp. 1213–1234, 2019.
- [34] W. Chen, R. De Koster, and Y. Gong, “Analysis and design of rack-climbing robotic storage and retrieval systems,” *Transportation Science*, vol. 56, no. 6, pp. 1658–1676, 2022.
- [35] —, “Warehouses without aisles: Layout design of a multi-deep rack climbing robotic system,” *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 179, p. 103281, 2023.
- [36] R. Jünemann, *Materialfluss und Logistik: Systemtechnische Grundlagen mit Praxisbeispielen*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1989.
- [37] M. Ten Hompel, T. Schmidt, and J. Dregger, *Materialflusssysteme: Förder- und Lagertechnik*, 4th ed. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2018.
- [38] T. Schmidt, Ed., *Innerbetriebliche Logistik*. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2019.

- [39] D. Arnold and K. Furmans, *Materialfluss in Logistiksystemen*, 7th ed. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2019.
- [40] Y. Dallery and S. B. Gershwin, “Manufacturing flow line systems: A review of models and analytical results,” *Queueing Systems*, vol. 12, no. 1–2, pp. 3–94, 1992.
- [41] J. F. Shortle, J. M. Thompson, D. Gross, and C. M. Harris, *Fundamentals of Queueing Theory*, 5th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2018.
- [42] J. M. Smith, “Optimal design and performance modelling of $M/G/1/K$ queueing systems,” *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 39, no. 9, pp. 1049–1081, May 2004.

Dipl.-Ing. Markus Katz, Universitätsassistent am Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung, Technische Universität Wien

Privatdoz. Dipl.-Ing. Dr.techn. Michael Eder, Senior Scientist am Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung, Technische Universität Wien

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Georg Kartnig, Professor am Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung, Technische Universität Wien

Adresse: Institut für Konstruktionswissenschaften und Produktentwicklung, Forschungsgruppe Konstruktionslehre und Fördertechnik, Technische Universität Wien, Lehárgasse 6, 1060 Wien, Österreich
 Tel.: +43 1 58801 30743
 E-Mail: markus.katz@tuwien.ac.at