

Anwendung der Omni-Kurven-Parameter zur Bestimmung der Aktor-Stellgrößen und universellen Bewertung der Bewegungsmöglichkeiten unterschiedlicher Fahrwerke

Application of the Omni-Curve-Parameters to Determine the Actuator Setpoints and Universally Assess the Possible Motions of Different Traveling Gears

Carolin Brenner
André Colomb

Abteilung Maschinenentwicklung und Materialflussautomatisierung
Institut für Fördertechnik und Logistik
Universität Stuttgart

Die Omni-Kurven-Parameter (OKP) bilden eine Basis zur universellen Ansteuerung beliebiger Fahrwerke. Die darin bisher nicht definierten Kenngrößen werden hier systematisch bestimmt und die Methode auf unterschiedliche Beispiel-Fahrwerke angewendet. Auf die daraus gewonnenen Gleichungen stützt sich die weitere Untersuchung zu den Auswirkungen begrenzter Stellgrößen auf die Steuerung mittels OKP. Zur maschinell verwertbaren Beschreibung der teils komplexen Zusammenhänge dienen dreidimensionale Darstellungen des erlaubten Konfigurationsraums. Diese eignen sich sowohl zur internen Fahrzeugsteuerung, als auch für eine vorgelagerte Pfadplanung insbesondere bei FTF.

[Steuerung, Fahrwerk, omnidirektional, FTF, Pfadplanung]

Omn Curve-Parameters (OCP) provide a basis for universally controlling arbitrary types of undercarriages. While systematically determining the yet undefined characteristic metrics therein, the method is now applied to various examples of traveling gears. Based on the developed equations, an analysis concerning the implications of limits in the actuating variables for piloting via OCP follows. A machine-usable description of the partly complex correlations is facilitated by three-dimensional representations of the permissible configuration space. These are suitable for use in the internal vehicle control system, as well as for prior path planning, especially in the context of AGVs.

[control system, travelling gears, omnidirectional, AGV, path planning]

1 MOTIVATION

Flurförderzeuge weisen eine große Vielfalt an Fahrwerkskonfigurationen auf, charakterisiert durch die Anzahl

und Freiheitsgrade der vorhandenen Räder. Für diese Fahrwerke ergeben sich sehr unterschiedliche Bewegungsmöglichkeiten, welche das jeweilige Fahrzeug ausführen kann. Das Ausschöpfen dieser Möglichkeiten ist essenziell, um in beliebigen Fahrsituationen die Bewegung effizient zu bewerkstelligen. Dies betrifft sowohl die Bedienelemente eines manuell gesteuerten Fahrzeugs, als auch die internen Vorgänge in einem automatischen, wie einem fahrerlosen Transportfahrzeug (FTF). Insbesondere bei Flächenbeweglichkeit steigt die Komplexität und erfordert, den zusätzlichen Freiheitsgrad der Orientierung zu berücksichtigen.

Das in [1] vorgestellte Konzept bietet einen Ansatz zur intuitiven Steuerung für beliebige Fahrwerke, von einfachen linienbeweglichen bis hin zum maximal flexiblen Mecanum-Prinzip. Die dort definierten Omni-Kurven-Parameter (OKP) zielen zunächst darauf ab, beliebige Bewegungen einheitlich und leicht nachvollziehbar zu beschreiben. Diese Definition bildet die Grundlage, welche nun auf verschiedene Fahrwerke angewendet wird, mit dem Ziel einer möglichst universellen Fahrwerksteuerung. Die Geschwindigkeiten und ggf. interne Konfigurationsgrößen sowie deren nötige Bereiche werden für beliebige Radanordnungen bestimmt.

Die Anwendung der OKP vereinheitlicht und erleichtert die Ansteuerung im Vergleich zu generischen Ansätzen der Mechanik, wie einem Vektorwinder. Die hier für unterschiedliche Beispiele aufgezeigten Rechenwege vermeiden von vornherein Probleme der numerischen Auswertung und können daher praxisnah in entsprechende Steuerungen implementiert werden.

Die Beweglichkeit eines Fahrwerks wird in [1] hauptsächlich durch den Grad der Manövrierbarkeit in schienengebunden, linienbeweglich und flächenbeweglich klassifiziert, was der Anzahl der frei nutzbaren Omni-Kurven-Parameter entspricht.

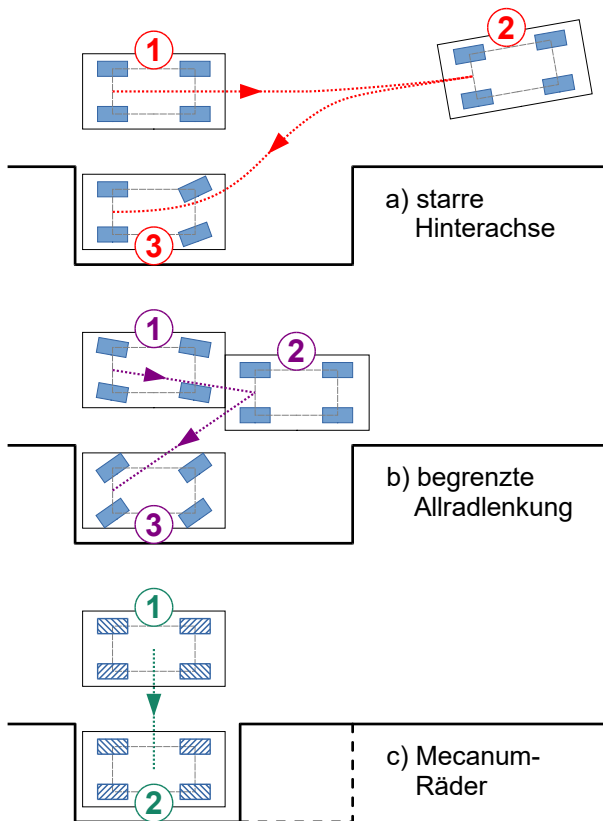


Abbildung 1. Prinzipiell unterschiedliche Trajektorien beim Einparken mit verschiedenen Fahrwerken

Innerhalb dieser Klassen gibt es jedoch weitere Einschränkungen, beispielsweise bieten lenkbare Räder oft nur einen begrenzten Lenkwinkelbereich, was den minimal möglichen Kurvenradius beschränkt. So hat das in Abbildung 1 b) gezeigte Fahrwerk zwar eine Allradlenkung, kann aber aufgrund der begrenzten Lenkwinkel nicht einfach quer einparken. Die Ackermannlenkung a) ist hingegen klar nur linienbeweglich und muss eine komplexere Trajektorie verfolgen, während das Mecanum-Fahrwerk c) uneingeschränkt flächenbeweglich fährt und dadurch weniger Fläche benötigt. Diese Bewegungseinschränkungen müssen für jeden Fahrwerkstyp abhängig von den geometrischen Parametern und Bereichsgrenzen separat bestimmt werden.

Ziel der Untersuchung ist hier, diese Grenzen umgekehrt auf die OKP abzubilden und so einen erlaubten Konfigurationsraum darzustellen, der beliebige Fahrzeuge vergleichbar macht.

Die praktische Umsetzung in einer Fahrzeugsteuerung erfordert diese Information um Eingangsgrößen auf verschiedenen Ebenen auf plausible Werte zu überprüfen und einzuschränken. Anhand des in Abschnitt 4 vorgestellten Algorithmus können diese automatisch ermittelt werden. Ferner ermöglicht die Darstellung des möglichen Parameter-Konfigurationsraums eine einfache Überprüfung, ob konkret vorgegebene Trajektorien von einem Fahrwerk ausgeführt werden können. Das nutzt einerseits bei FTF der

Pfadplanung, für ein Fahrzeug nur valide Trajektorien zu generieren – andererseits kann ggf. die Auswahl eines geeigneten FTF aus einer heterogenen Flotte automatisch entsprechend der benötigten Manövrierbarkeit erfolgen. Ziel einer solchen Lösung ist die automatische Auswahl von Fahrzeugen und Planung der ausgeführten Bewegung, insbesondere im Kontext sehr heterogener Umgebungen, wie sie im intralogistischen Bereich durch Vernetzung unterschiedlichster Komponenten diverser Hersteller angestrebt wird.

2 GRUNDLAGEN ZU RADFAHRWERKEN

Im Kontext der OKP werden Fahrwerke nur kinematisch betrachtet, also unter Vernachlässigung der statischen und dynamischen Kräfte. Zunächst müssen die Fahrwerke eindeutig benannt und beschrieben, sowie die Größen zur Berechnung definiert werden. Die Definitionsgleichungen der OKP sowie Konventionen zu den Koordinaten werden aus [1] übernommen.

2.1 TYPISIERUNG VON RÄDERN

Die hier betrachteten Radfahrwerke basieren prinzipiell auf drei verschiedenen Typen von Rädern: Das so genannte Standardrad als Bockrolle oder Lenkrolle (mit Nachlauf) sowie Mecanum-Rädern. Die in Abbildung 2 ebenfalls gezeigten Kugelräder haben nur eine sehr geringe Praxisrelevanz und werden daher nicht weiter berücksichtigt.

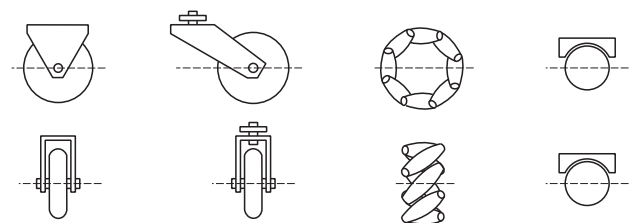


Abbildung 2. Grundlegende Klassifizierung von Rädern [2]

Die einfache, starre Bockrolle erlaubt keine Lenkbewegung. Sie kann allerdings durch drehbare Lagerung um die Hochachse zur aktiv gelenkten Rolle erweitert werden. Verläuft diese Lenkachse nicht durch die Radmitte, wird dies als *Achsverersatz* bezeichnet, mit einer Exzentrizität D_S entlang der Radachse, wie Abbildung 3 zeigt. Dies erfordert eine abweichende Abrollgeschwindigkeit \hat{u}_j gegenüber dem Lenkmittelpunkt, wie Abschnitt 3.4 näher erläutert.

Bei der Lenkrolle mit *Nachlauf* besteht hingegen ein Versatz in Rollrichtung und bewirkt eine selbständige Ausrichtung durch ein Rückstellmoment. Eine aktive Lenkung wird dadurch unmöglich und der Lenkwinkel unkontrolliert. Ein aktiver Vortrieb ist bei solchen Rollen daher nicht üblich.

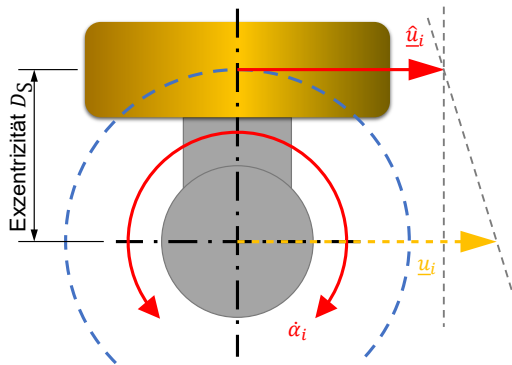


Abbildung 3. Draufsicht einer Lenkrolle mit Achsversatz

Der Geschwindigkeitsvektor \underline{u}_j zu einem Standardrad bezieht sich auf den jeweiligen Lenkmittelpunkt (bzw. Radaufstandspunkt ohne Lenkung). Der Lenkwinkel α_i wird von der positiven x-Achse des Fahrzeugs zum Vektor gemessen, unter der Annahme, dass kein Querschlupf am Rad auftritt. Diese Koordinaten passen gleichsam auf Fahrwerke mit Drehschemeln, die sich als geschlossene Einheit kinematisch äquivalent zum gelenkten Standardrad verhalten.

Mecanum-Räder werden ohne Lenkung nur um ihre Hauptachse angetrieben, der Aufbau aus einzelnen Röllchen bewirkt dabei einen zusätzlichen Freiheitsgrad der Bewegung. Eine Kombination von angetriebenen Standardrädern und Mecanum-Rädern in einem Fahrwerk bringt jedoch keinen Vorteil, da den Standardrädern der intrinsische Freiheitsgrad fehlt.

2.2 KOMBINATION ZU VERSCHIEDENEN FAHRWERKEN

Basierend auf diesen vorgestellten Rollen ergeben sich verschiedene Fahrwerktypen mit unterschiedlicher Charakteristik. Dabei sind auch die Radanzahl sowie deren Anordnung ausschlaggebend für die Beweglichkeit. Den Grundaufbau typischer Fahrwerke fasst die VDI 2510 [3] zusammen, unterschieden in linien- und flächenbeweglich.

Zu den linienbeweglichen Fahrwerken zählen z. B. solche mit Differenzialkinematik, also zwei angetriebenen Bockrollen auf einer gemeinsamen Achse. Viele weitere lassen sich kinematisch durch das Einspurmodell beschreiben. Starre und gelenkte Rollen werden dabei jeweils zu einer äquivalenten, virtuellen Rolle zusammengefasst.

Flächenbeweglich verhalten sich die Anordnungen aus mindestens vier Mecanum-Rädern. Weitere Typen von Allseitenrädern werden hier nicht weiter betrachtet, da sie rechnerisch äquivalent zu Mecanum angesteuert werden können.

Für ein flächenbewegliches Fahrwerk aus Standardrädern müssen diese allesamt lenkbar sein. Aus der Starrkörperbedingung folgt für jedes Rad eine momentane Richtung und Geschwindigkeit, damit dieses schlupffrei abrollt. Dazu müssen sich alle Radachsen in einem Momentanpol

schneiden [2]. Passive Lenkrollen mit Nachlauf und ohne Antrieb werden dabei in diesem Kontext vernachlässigt. Aus der Anordnung beliebig vieler aktiver Fahr-Lenk-Einheiten entsteht in der Regel ein kinematisch überbestimmtes Fahrwerk, welches aber hervorragende Fahreigenschaften z. B. bei Bodenunebenheiten besitzt. Dafür steigen in der Regel Komplexität, Bauraum und Kosten. Durch die Verteilung der Antriebsleistung skaliert das Prinzip hervorragend auf größere Fahrzeuge.

Sobald mindestens eine starre Bockrolle zu einer solchen Anordnung beliebiger Fahr-Lenk-Antriebe hinzukommt, verliert das Fahrwerk seine Flächenbeweglichkeit. Die Gangpolbahn des Momentanpol beschreibt nur noch eine Gerade, nämlich die Radachse dieser Rolle. Weitere solcher Bockrollen müssen entsprechend mit identischer Achse angeordnet werden, da sonst nur ein möglicher Momentanpol (Schnittpunkt) oder gar keiner (parallele Achsen) existiert und somit das Fahrwerk nur noch einen Freiheitsgrad aufweist. Die Bockrollen können demnach zu einer äquivalenten Rolle zusammengefasst werden, was einer Bewegung nach dem Einspurmodell gleichkommt.

2.3 VERWENDETE KOORDINATENSYSTEME

Von außen betrachtet bietet sich für die ebene Bewegung der Radfahrwerke ein zweidimensionales, raumfestes kartesisches Koordinatensystem an. Zur Betrachtung der Kinematik innerhalb des Fahrzeugs wird hingegen ein fahrzeugfestes Koordinatensystem eingeführt, mit der x-Achse entlang einer „hauptsächlichen“ Bewegungsrichtung (linienbeweglich entsprechend der Geradeausfahrt) und positiv in „Vorwärts“-Richtung. Die y-Achse ist in der Draufsicht um 90° gegen den Uhrzeigersinn verdreht, entsprechend mathematisch positiven Winkeln. Gleiches gilt für Winkelgeschwindigkeiten. Der Ursprung liegt im gewählten Bezugspunkt K, abhängig vom Fahrzeugmodell.

Die Definition eines Kurvenradius R bzw. einer Krümmung κ erfolgt vorzeichenbehaftet wie in [1]. Positive Werte beschreiben eine Linkskurve, also Drehung gegen den Uhrzeigersinn beim Folgen einer Trajektorie in positiver Richtung. Bei Rechtskurven werden die Größen entsprechend negiert.

2.4 OMNI-KURVEN-PARAMETER

Zur Ansteuerung beliebiger, insbesondere auch flächenbeweglicher Fahrwerke mit einem einheitlichen Satz an Steuergrößen werden in [1] die *Omni-Kurven-Parameter* (abgekürzt OKP) eingeführt. Deren Ziel ist die intuitive und gleichartige Bewegungsvorgabe unter Berücksichtigung der jeweils verfügbaren Freiheitsgrade. Nach einer systematischen Wahl des Bezugspunkts K und Festlegung einer Grenzkrümmung κ_g beschreibt die dimensionslose nominelle Krümmung κ_n abstrakt das Verhältnis zwischen Rotation und Translation, auf einer linearen Skala im Inter-

vall von $[-2 \dots 2]$. Die Linearisierung erfolgt um ein fundamentales Dilemma zu vermeiden: Der Kurvenradius R und deren Krümmung κ stehen zueinander in Beziehung über den Kehrwert, so dass jeweils eine Größe gegen unendlich strebt, während die andere zu Null wird.

$$R = \kappa^{-1}$$

Die abschnittsweise Verwendung der einen oder anderen Rechengröße in „sanften“ oder „scharfen“ Kurven erlaubt eine numerisch handhabbare Berechnung und vermeidet dabei Singularitäten. Entsprechend ändert sich auch die Interpretation der vorgegebenen Geschwindigkeit je nach Kontext.

Neben der nominellen Krümmung κ_n beschreibt auch der Schwimmwinkel β die *Konfiguration*, also die Bewegungsart des Fahrwerks, allerdings nur im flächenbeweglichen Fall. Er gibt die unabhängig zur Bahnkurve des Bezugspunkts überlagerte Fahrzeugorientierung an und wird zwischen dem Geschwindigkeitsvektor \underline{v} im Bezugspunkt K und der positiven x-Achse gemessen.

Die dritte Steuergröße, die nominelle Geschwindigkeit v_n , verändert hingegen nicht die Konfiguration. Sie skaliert lediglich die Schnelligkeit der Bewegung und wird ebenfalls dimensionslos im Intervall von $[-1 \dots 1]$ ausgedrückt. Der mögliche negative Bereich entspricht dabei einer Richtungsumkehr. Die Extremwerte beziehen sich auf eine vom Fahrzeug bestimmte, ggf. situationsabhängige Maximalgeschwindigkeit v_{\max} . Für die Berechnung der linearen bzw. Winkelgeschwindigkeit (je nach κ_n -Bereich) relevant ist demnach immer das Produkt

$$v_s = v_n v_{\max} \quad \text{mit} \quad v_{\max} \geq 0$$

Die von $|\kappa_n| \geq 1$ abhängige Umschaltung der Geschwindigkeitsdefinition bildet einen stetigen Übergang bei der Grenzkrümmung κ_g . Entsprechend gehen entweder die Größen $(\kappa; v)$ oder $(R; \omega)$ in die Berechnung ein. Zusammengefasst lauten die Definitionen aus [1]:

$$\left. \begin{array}{l} \kappa = \kappa_n \kappa_g \\ v = v_s \\ \llbracket \omega = v_s \kappa_g \kappa_n \rrbracket \end{array} \right\} |\kappa_n| < 1$$

$$\left. \begin{array}{l} R = (2 \operatorname{sgn} \kappa_n - \kappa_n) / \kappa_g \\ \omega = v_s \kappa_g \operatorname{sgn} \kappa_n \\ \llbracket v = v_s (2 - |\kappa_n|) \rrbracket \end{array} \right\} 1 \leq |\kappa_n| \leq 2$$

Die eckig eingeklammerten Terme werden dabei in der Regel nicht benötigt, ergeben sich jedoch mit endlichem Betrag jeweils aus dem Zusammenhang $v = \omega R$. Die verwendete Signum-Funktion wird hier entgegen der mathematisch üblichen Definition *ohne Nullstelle* festgelegt:

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

Die nominelle Krümmung der OKP ist bewusst konsistent zum Vorzeichen der Geometrie Größen definiert:

$$\operatorname{sgn} \kappa_n = \operatorname{sgn} \kappa = \operatorname{sgn} R$$

2.5 ARCHITEKTUR EINER FAHRZEUGSTEUERUNG

Üblicherweise wird die Ansteuerung von FTF in verschiedene hierarchische Ebenen mit unterschiedlicher Aufgabenstellung gegliedert. Zunächst gibt ggf. eine übergeordnete *Leitsteuerung* das Ziel eines Transports vor. Entweder darin oder im Fahrzeug selbst ermittelt die *Routenplanung* dann einen topologisch möglichen Weg durch ein vorgegebenes Wegenetz bzw. Umgebungslayout, der sich über gewisse Zwischenpunkte definiert. Die *lokale Pfadplanung* generiert daraus Trajektorien für die Fahrzeugpose unter Berücksichtigung der kinematischen Möglichkeiten des Fahrwerks sowie ggf. lokal notwendiger Umfahrung von Hindernissen.

Die Übersetzung dieser Trajektorien in Sollgrößen für die einzelnen Antriebe geschieht in der *Bewegungssteuerung* bzw. der fahrzeugspezifischen inversen Kinematik. An dieser Stelle setzen die OKP als Koordinatentransformation zur intuitiven Beschreibung der gesamten Fahrzeugbewegung an. Die unterste Ebene stellt die jeweilige *Antriebsregelung* dar, die im Sinne der OKP als Voraussetzung angenommen wird. Diese besteht aus einem geschlossenen Regelkreis für die Geschwindigkeit bzw. Winkellage eines aktuierten Rads.

Im Kontext nicht automatisierter, sondern manuell gesteuerter Flurförderzeuge existieren nur die beiden unteren Ebenen. Die OKP-Transformation liegt dabei zwischen den Signalen der Bedienelemente und der Verteilung auf die Antriebsregler.

3 ANWENDUNG DER OMNI-KURVEN-PARAMETER

Die inverse Kinematik eines konkreten Fahrwerks mit spezifischen Parametern lässt sich mit Hilfe der OKP geschlossen in vereinfachten Gleichungen darstellen. Neben der konkreten Angabe für einige typische Fahrwerke wird hier auch ein allgemeiner Rechenweg basierend auf beliebigen gelenkten Standardrädern aufgezeigt.

3.1 BEISPIEL: VIERRÄDRIGE MECANUM-PLATTFORM

Als Beispiel dient hier die gängigste Bauform eines Fahrwerks mit vier Mecanum-Rädern in rechteckiger Anordnung gemäß Abbildung 4. Die unterschiedlichen Drehzahlen um die Radachsen führen zu einer gegenseitigen Verspannung, die durch den Freiheitsgrad der Röllchen zu beliebigen translatorischen und rotatorischen Bewegungen überlagert wird.

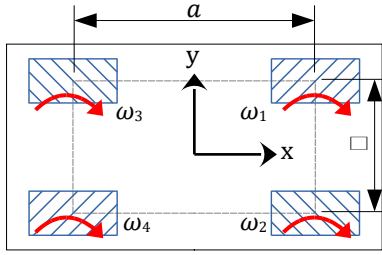


Abbildung 4. Modell der Mecanum-Plattform

Bei diesem Fahrwerk müssen die Räder jeweils diagonal zueinander vom gleichen Typ sein, die anderen beiden spiegelverkehrt dazu. Dadurch zeigen alle Achsen der Röllchen mit momentanem Bodenkontakt entweder zur Fahrzeugmitte (schneidend oder parallel versetzt) oder sie liegen tangential an einem Kreis bzw. einer Ellipse.

Anhand der geometrieabhängigen Matrix \underline{M} und mit dem Abrollradius r der Räder lassen sich die Rotationsgeschwindigkeiten ω_i der einzelnen Räder aus dem allgemeinen Vektorwinder der Geschwindigkeit berechnen:

$$[\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4]^T = \frac{1}{r} \underline{M} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix}$$

Dieser Vektorwinder gilt für den Bezugspunkt K, so dass sich die Komponenten direkt durch Einsetzen der Definition von \underline{v} und ω aus Abschnitt 2.4 mithilfe der OKP darstellen lassen.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = v_s \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \\ \kappa_g \kappa_n \end{bmatrix} \quad |\kappa_n| < 1$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = v_s \begin{bmatrix} (2 - |\kappa_n|) \cos \beta \\ (2 - |\kappa_n|) \sin \beta \\ \kappa_g \operatorname{sgn} \kappa_n \end{bmatrix} \quad |\kappa_n| \geq 1$$

Diese Darstellung mit der Fallunterscheidung nach sanften und scharfen Kurven eignet sich generell für holonome Kinematikmodelle mit Grad der Mobilität $\delta_m = 3$, die bereits basierend auf dem Vektorwinder vorliegen.

3.2 SYSTEMATISCHE WAHL DER GRENZKRÜMMUNG

Die Grenzkrümmung κ_g stellt einen konstanten, fahrwerkspezifischen Parameter dar, welcher prinzipiell beliebig gewählt werden kann. Eine mögliche, hier vorgeschlagene Definition basiert auf der Annahme, dass bei reiner Rotation um den Bezugspunkt K jedes Rad eine Abrollgeschwindigkeit u_i proportional zur Länge seines Lagevektors $|\underline{w}_i|$ aufweist. Im Vergleich mit seiner individuell maximalen Abrollgeschwindigkeit $u_{\text{lim},i}$ bildet der folgende Quotient demnach die relative Ausnutzung des Rads ab:

$$\frac{|\underline{w}_i|}{u_{\text{lim},i}} \Bigg|_{\kappa_n = \pm 2}$$

Das Rad, für welches der Quotient den höchsten Wert erreicht, ist folglich ausschlaggebend für die maximal mögliche Drehgeschwindigkeit. Dessen Abstand bestimmt dann die Grenzkrümmung, also den Kreisradius um K, auf welchem die Punkte mit der Geschwindigkeit v_s im Bereich der „scharfen“ Kurven liegen:

$$\kappa_g = \frac{1}{|\underline{w}_i|}$$

Bei Mecanum-Rädern wird die verfügbare Höchstdrehzahl vernachlässigt und stattdessen einfach der längste \underline{w}_i -Vektor verwendet.

Für den anderen Grenzfall $\kappa_n = 0$ (reine Translation) fahren alle Räder gleich schnell. Dementsprechend sollte die weitere Fahrwerkskenngröße v_{max} so gewählt werden, dass dieser Zustand die Abrollgeschwindigkeit des langsamsten Rads voll ausnutzt. Diese kann aber darüber hinaus abhängig von der Konfiguration variiert werden, wie in Abschnitt 4.3 näher betrachtet.

3.3 GENERISCHE HERLEITUNG FÜR GELENKTE RÄDER

Für Fahrwerke mit beliebiger Kombination und Anordnung von gelenkten Rädern bietet sich eine schrittweise Berechnung der inversen Kinematik an, wie bereits in [1] grob skizziert. Ausgehend von einer konkreten Vorgabekonfiguration in OKP werden zunächst einige gemeinsame Terme (wie $\cos \beta$ und $\sin \beta$) berechnet und dabei die nötige Fallunterscheidung berücksichtigt: Bei sanften Kurven die Krümmung κ und die skalare Geschwindigkeit v . Für scharfe Kurven hingegen der Radius R sowie die Gierate ω jeweils nach der Definition in [1], wie bereits Abschnitt 2.4 zusammenfasst.

Danach werden die einzelnen Räder sequenziell betrachtet. Folgende Hilfsgrößen beinhalten die Abhängigkeit vom jeweiligen Vektor \underline{w}_i und werden hier der Übersichtlichkeit halber eingeführt.

Projektion Lagevektor auf die Fahrtrichtung:

$$f_i = \underline{w}_i^T \begin{bmatrix} \sin \beta \\ -\cos \beta \end{bmatrix}$$

Vorzeichenkorrektur zum Polstrahlwinkel:

$$s_i = \operatorname{sgn}(\kappa_n) \operatorname{sgn} \left(\underline{w}_i^T \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix} \right)$$

Wiederkehrender Wurzelterm, fallabhängig:

$$\sqrt{*} = \begin{cases} \sqrt{1 + \kappa^2 \underline{w}_i^2 + 2 \kappa f_i} & |\kappa_n| < 1 \\ \sqrt{R^2 + \underline{w}_i^2 + 2 R f_i} & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Für die Herleitung der skalaren Stellgrößen u_i und α_i aus der Gesamtbewegung wird zunächst der Geschwindigkeitsvektor \underline{u}_i betrachtet. Nach der Momentanpol-Theorie

steht dieser zum Polstrahl \underline{p}_i senkrecht. Ihre Beträge stehen im Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit ω . Abbildung 5 zeigt zudem das aus Polstrahlen und \underline{w}_i gebildete Dreieck.

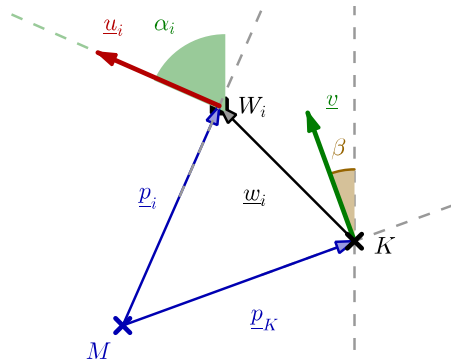


Abbildung 5. Momentanpolbeziehungen für ein Rad bei W_i

$$\begin{aligned}\underline{u}_i &= \underline{R}^{-1} \underline{p}_i \omega \\ &= \underline{R}^{-1} (\underline{p}_K + \underline{w}_i) \omega \\ &= \underline{R}^{-1} \left(\underline{R} \frac{1}{\omega} \underline{v} + \underline{w}_i \right) \omega \\ &= \underline{v} + \omega \underline{R}^{-1} \underline{w}_i\end{aligned}$$

Die skalare Abrollgeschwindigkeit u_i entspricht prinzipiell dem Vektorbetrag, korrigiert um ein Vorzeichen der nominellen Geschwindigkeit. Dabei muss der Betrag immer unter Verwendung der Rechenterme dargestellt werden, die im vorherrschenden Fall betragsbeschränkt sind. Zusammengefasst steht für die Abrollgeschwindigkeit:

$$u_i = \begin{cases} v_s \sqrt{*} & |\kappa_n| < 1 \\ v_s \kappa_g \sqrt{*} & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Der Lenkwinkel α_i an der Stelle W_i gemessen ab der positiven x-Achse lässt sich aus der Winkelsumme des Polstrahlen-Dreiecks herleiten:

$$\alpha_i = \beta + \angle(\underline{p}_K, \underline{p}_i)$$

Der Winkel zwischen den Polstrahlen \underline{p}_K und \underline{p}_i kann betragsmäßig anhand des Skalarprodukts ermittelt werden.

$$\cos \angle(\underline{p}_K, \underline{p}_i) = \frac{\underline{p}_K \cdot \underline{p}_i}{|\underline{p}_K| |\underline{p}_i|} = \frac{\underline{p}_K \cdot (\underline{p}_K + \underline{w}_i)}{|R| |\underline{p}_K + \underline{w}_i|}$$

Der Hilfsfaktor f_i taucht dabei sowohl im Zähler auf, als auch innerhalb der Wurzel im Nenner. Durch die Symmetrie des Cosinus geht die Vorzeicheninformation verloren, was der Vorfaktor s_i kompensiert.

$$\alpha_i = \begin{cases} \beta + s_i \cos^{-1} \frac{1 + \kappa f_i}{\sqrt{*}} & |\kappa_n| < 1 \\ \beta + s_i \cos^{-1} \frac{|R| + \text{sgn}(\kappa_n) f_i}{\sqrt{*}} & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Der so errechnete Wert kann in beiden Fällen den Bereich $[-180^\circ \dots 180^\circ]$ überschreiten und muss daher ggf. nachträglich um $\pm 360^\circ$ entsprechend verschoben werden.

Dieser Rechenweg ist vergleichsweise effizient, da pro Rad nur eine Winkelfunktion ausgewertet werden muss. Die für $\sqrt{*} = 0$ entstehende Singularität wird in Abschnitt 4.2 genauer betrachtet und lässt sich nur durch Vermeiden der entsprechenden Konfiguration handhaben.

3.4 BERÜCKSICHTIGUNG DES ACHSVERSATZES

Bei Rädern mit Achsversatz gemäß Abschnitt 2.1 muss die Abrollgeschwindigkeit um zwei Komponenten ergänzt werden. Einerseits gilt für den Versatz $D_{S,i}$ entlang des Polstrahls \underline{p}_i eine Geschwindigkeitsdifferenz proportional zur Winkelgeschwindigkeit ω des Fahrzeugs. Gemäß Vorzeichenkonvention ist $D_{S,i} > 0$ wenn das versetzte Rad in Rollrichtung mit positivem u_i links vom ursprünglichen Vektor \underline{u}_i liegt.

$$\Delta u_i = -\omega D_{S,i}$$

Ferner muss das Rad bei reiner Lenkbewegung auf einem kleinen Kreis abrollen, was die zusätzliche Winkelgeschwindigkeit $\dot{\alpha}_i$ abbildet. Zusammengefasst für das Rad mit Achsversatz:

$$\hat{u}_i = u_i - \omega D_{S,i} - \dot{\alpha}_i |D_{S,i}|$$

3.5 BEISPIEL: DIFFERENZIALKINEMATIK

Fahrwerke mit Differenzialantrieb sind bei Robotern und FTF sehr verbreitet. Das Fahrwerk besteht aus zwei angetriebenen, nicht gelenkten Bockrollen bei W_1 und W_2 , woraus ein linienbewegliches Fahrwerk resultiert. Neben den angetriebenen Rollen besitzt das Fahrzeug in der Regel noch passive Lenkrollen mit Nachlauf als Stützräder, die jedoch für die Ansteuerung nicht relevant sind. Der Bezugspunkt K wird auf dem Achsmittelpunkt gewählt, wodurch der Schwimmwinkel konstant $\beta = 0$ beträgt.

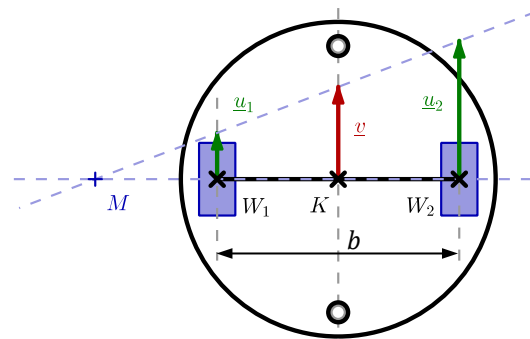


Abbildung 6. Modell der Differenzialkinematik [1]

Die Radgeschwindigkeiten ergeben sich für die in Abbildung 6 skizzierte Translation und Rotation mit der Spurweite $b = |\overline{W_1 W_2}|$ nach dem Strahlensatz:

$$u_{1,2} = v \mp \omega b/2$$

Nach Einsetzen der Geschwindigkeitsgrößen gemäß Definition, siehe Abschnitt 2.4:

$$u_{1,2} = \begin{cases} v_s \mp \kappa_n \kappa_g v_s b/2 & |\kappa_n| < 1 \\ v_s (2 - |\kappa_n|) \mp \kappa_g v_s \operatorname{sgn}(\kappa_n) b/2 & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Unter der Annahme gleicher Maximaldrehzahlen wird gemäß der Methode aus Abschnitt 3.2 die Grenzkürmung auf $\kappa_g = 2/b$ festgelegt. Dies vereinfacht den geschlossenen Ausdruck für die Abrollgeschwindigkeiten:

$$u_{1,2} = \begin{cases} v_s (1 \mp \kappa_n) & |\kappa_n| < 1 \\ v_s (2 - |\kappa_n|) \mp \operatorname{sgn} \kappa_n & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Dieses Ergebnis lässt sich auch über den generischen Weg gemäß Abschnitt 3.3 herleiten. Dabei wird allerdings die fehlende Lenkmöglichkeit nicht vollständig berücksichtigt, so dass ggf. eine Negierung der Geschwindigkeiten nötig wird, wenn die Winkelgleichungen zum Ergebnis $\alpha_i = \pm 180^\circ$ führen.

3.6 BEISPIEL: ACKERMANNLENKUNG

Die nach Rudolph Ackermann bekannte Achsschenkelenkung ist bei mehrspurigen, linienbeweglichen Kraftfahrzeugen sehr populär und wird durch das Einspurmodell vereinfacht kinematisch beschrieben. Dieses findet auch Anwendung bei weiteren Fahrwerken, indem alle nicht gelenkten Räder auf einer Achse zu einem virtuellen Ersatzrad in W_2 zusammengefasst werden. In dessen Rollrichtung liegt das virtuelle, aktiv gelenkte Ersatzrad in W_1 und repräsentiert die gelenkten Räder mit mechanischer Kopplung und einem (Ackermann-)Lenkwinkel α_1 . Der Antrieb erfolgt beliebig durch eines der Räder. Der gewählte Bezugspunkt $K = W_2$ liegt mittig auf der nicht gelenkten Achse, die auch alle möglichen Momentanpole umfasst. Dadurch beträgt der Schwimmwinkel konstant $\beta = 0$.

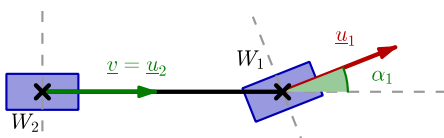


Abbildung 7. Einspurmodell für eine Ackermannlenkung [1]

Mit dem Radstand $a = |\overline{W_1 W_2}|$ stellen sich die Rechengrößen gemäß der generischen Herleitung in Abschnitt 3.3 wie folgt dar:

$$\underline{w}_1 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{w}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\beta = 0^\circ \quad \text{und} \quad \kappa_g = 1/a$$

$$f_{1,2} = 0 \quad s_{1,2} = \operatorname{sgn}(\kappa_n)$$

$$\sqrt{*} = \begin{cases} \sqrt{1 + \kappa^2 w_i^2} & |\kappa_n| < 1 \\ \sqrt{R^2 + w_i^2} & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Ferner lauten die Abrollgeschwindigkeiten nach einsetzen der bekannten Größen:

$$u_1 = \begin{cases} v_s \sqrt{1 + \kappa_n^2} & |\kappa_n| < 1 \\ v_s \sqrt{\kappa_n^2 - 4} |\kappa_n| + 5 & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

$$u_2 = \begin{cases} v_s & |\kappa_n| < 1 \\ v_s |2 \operatorname{sgn} \kappa_n - \kappa_n| & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Für die Lenkwinkel vereinfacht sich der allgemeine Ansatz zu:

$$\alpha_i = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\kappa_n) \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \kappa^2 w_i^2}} & |\kappa_n| < 1 \\ \operatorname{sgn}(\kappa_n) \cos^{-1} \frac{|R|}{\sqrt{R^2 + w_i^2}} & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Daraus lässt sich leicht die ursprüngliche Annahme des nicht gelenkten Rads W_2 verifizieren.

$$\alpha_2 = \operatorname{sgn}(\kappa_n) \cos^{-1}(1) = 0^\circ$$

Die geschlossene Formel für den Lenkwinkel vereinfacht sich deutlich nur für den Fall $|\kappa_n| < 1$ unter Verwendung einer trigonometrischen Invariante.

$$\alpha_1 = \begin{cases} \tan^{-1} \kappa_n & |\kappa_n| < 1 \\ \operatorname{sgn}(\kappa_n) \cos^{-1} \frac{|2 \operatorname{sgn} \kappa_n - \kappa_n|}{\sqrt{(2 \operatorname{sgn} \kappa_n - \kappa_n)^2 + 1}} & |\kappa_n| \geq 1 \end{cases}$$

Der untere Fall für $|\kappa_n| \geq 1$ kann in dieser Form problemlos numerisch ausgewertet werden. Eine Umformung zum Arkustangens ergibt einen Bruch, in dessen Nenner $|R| = 0$ stehen kann, so dass die Berechnung dann nur mit einer alternativen Form der Winkelfunktion, üblicherweise $\arctan_2(y, x)$, ohne Polstelle gelingt. Die resultierende Funktion ist für ein Rad nahezu linear, weshalb näherungsweise bei einem solchen einspurigen Fahrwerk der Lenkwinkel einfach proportional aus κ_n skaliert werden kann, mit nur geringer Abweichung bei der physikalischen Interpretation und sofern nur eins der Räder angetrieben ist.

$$\alpha_1 \approx \frac{\pi}{4} \kappa_n \quad -2 \leq \kappa_n \leq 2$$

4 BEGRENZUNG DER STELLGRÖßEN

Reale Antriebe eignen sich immer nur für einen gewissen eingeschränkten Einsatzbereich hinsichtlich Drehmoment und Drehzahl. Im Rahmen der kinematischen Betrachtung wird das Drehmoment hier nicht weiter

berücksichtigt, allerdings spielt die Geschwindigkeit eine zentrale Rolle. Bei den Traktionsantrieben, welche unmittelbar dem Radvortrieb dienen, begrenzt die Motordrehzahl die erreichbare Abrollgeschwindigkeit $|u_i| < u_{lim,i}$ des jeweiligen Rads. Beschleunigungs- und Bremsvorgänge werden zudem durch das verfügbare Drehmoment begrenzt, hier aber nicht weiter betrachtet. Lagegrößen, insbesondere Lenkwinkel, können wiederum nur mit endlicher Geschwindigkeit verstellt werden.

4.1 EINSCHRÄNKUNG DER KONFIGURATION

Der erreichbare Verstellbereich der internen Konfigurationsgrößen hängt stark von der mechanischen Konstruktion ab. So genannte Multi-Turn-Lenkungen, wie z. B. der *ArgoDrive* der Firma ebm-papst, können unendlich drehen. Diese spezielle Konstruktion hat den wesentlichen Vorteil, dass zur Leistungsübertragung keine bewegten Leitungen oder Schleifringe benötigt werden [4]. Viele andere Lösungen nutzen jedoch eine kabelgebundene Energieübertragung zum Fahrtrieb, woraus automatisch ein begrenzter Schwenkbereich für den Lenkwinkel resultiert, da die Leitung nur bedingt dauerhaft tordiert oder gebogen werden kann.

Somit besteht potenziell eine Einschränkung des Lenkwinkelbereichs, charakterisiert durch den Grenzwinkel $\alpha_{g,i}^+$ in mathematisch positiver Richtung (links) bzw. $\alpha_{g,i}^-$ in negativer Richtung (rechts). Diese können für jedes Rad individuell aufgrund einer unterschiedlichen Ausrichtung zum Fahrzeugkoordinatensystem abweichen. Im einfachsten Fall gilt für alle Räder gleichartig $|\alpha_i| \leq \alpha_g$.

Bei einem flächenbeweglichen Fahrzeug mit $\alpha_g \geq 90^\circ$ ergeben sich mitunter Mehrdeutigkeiten, da die Räder auch vorwärts oder rückwärts rollen können und somit bereits den 360° -Bereich mehr als vollständig abdecken. Eine äquivalente Bewegung kann durch 180° -Versatz im Lenkwinkel und Inversion der Abrollgeschwindigkeit erreicht werden:

$$\begin{bmatrix} \alpha_i \\ +u_i \end{bmatrix} \hat{=} \begin{bmatrix} \alpha_i \pm 180^\circ \\ -u_i \end{bmatrix}$$

Diese Ambiguität lösen die OKP, indem immer ein stetiger Verlauf von κ_n und β aus der Nulllage heraus angenommen wird. Rekonfiguration im Stillstand, um gewisse Kombinationen durch Spiegelung der Lenkwinkel zu erreichen, wird per Definition ausgeschlossen. Das erfordert ggf. größere Lenkwinkelbereiche, um die Grenzlagen $\kappa_n = \pm 2$ zu erreichen, als nur das Minimum $\alpha_g = 90^\circ$ für Flächenbeweglichkeit. Abbildung 8 zeigt eine solche Konfiguration, wobei der Momentanpol nahe am Bezugspunkt K liegt und daher $\alpha_1 > +90^\circ$ sowie $\alpha_3 < -90^\circ$ erfordert.

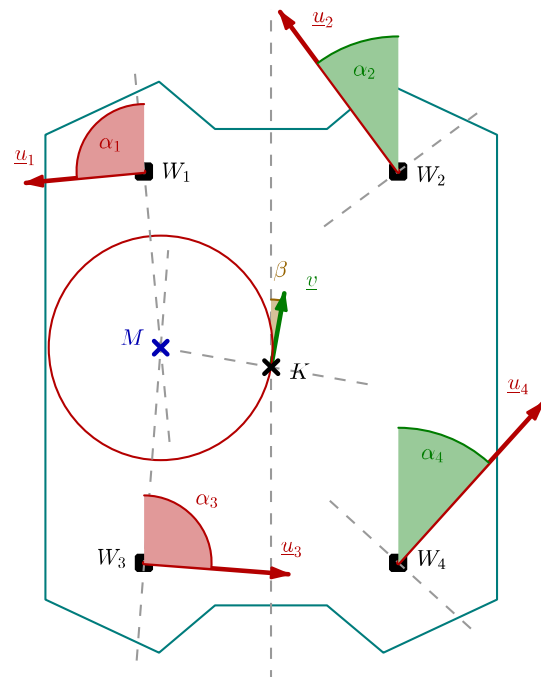


Abbildung 8. Lenkwinkel überschreiten $\pm 90^\circ$ bei einem Fahrwerk mit vier gelenkten Rädern

Dieses Modell basiert auf einem realen Fahrzeug mit $\alpha_g = 155^\circ$, $a = 0,43$ m und $b = 0,23$ m welches im Folgenden als Beispiel dient. Damit wird auch die beschriebene Umsetzung der OKP am IFT praktisch validiert. Durch diskretes Abtasten der κ_n - β -Konfigurationsebene ergibt sich der in Abbildung 9 gefüllt markierte Sperrbereich, für den mindestens ein Lenkwinkel die Grenze überschreitet.

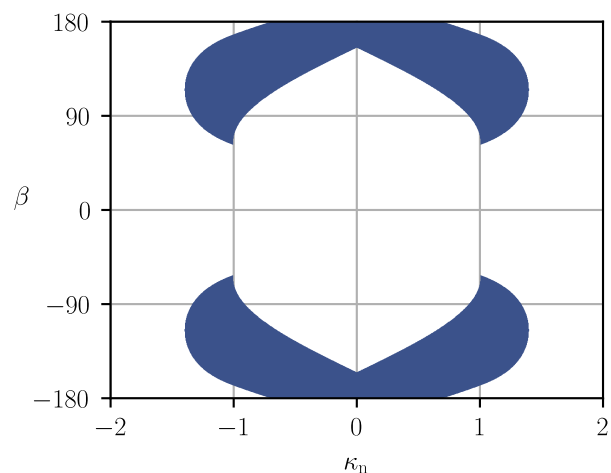


Abbildung 9. Bereiche mit Überschreitung des maximalen Lenkwinkelbereichs für das Beispielfahrwerk

Charakteristisch sind die unproblematischen Bereiche: Bei $\kappa_n = \pm 2$ spielt der Schwimmwinkel keine Rolle, da mit $v = 0$ reine Rotation um den Bezugspunkt vorliegt. Die möglichen Lenkbereiche sind hier bewusst so ausgelegt, dass für einen beschränkten Bereich um $\beta = 0$ keine

weitere Einschränkung besteht, im Gegensatz zu Abbildung 8. Bei $\kappa_n = 0$ herrscht reine Translation, so dass alle Räder gleichzeitig bei $\beta = \pm 155^\circ$ anschlagen.

4.2 UNSTETIGKEIT DER LENKWINKEL

Für ein einzelnes Rad zeigt Abbildung 10 den berechneten Lenkwinkel α_2 exemplarisch als dreidimensionalen Plot. Die Sperrbereiche aus Abbildung 9, welche durch diesen oder andere Lenkwinkel begrenzt werden, finden sich auf Höhe $\alpha = 0$ als Flächenmarkierung wieder und erzeugen entsprechend „Löcher“ in der gekrümmten Fläche.

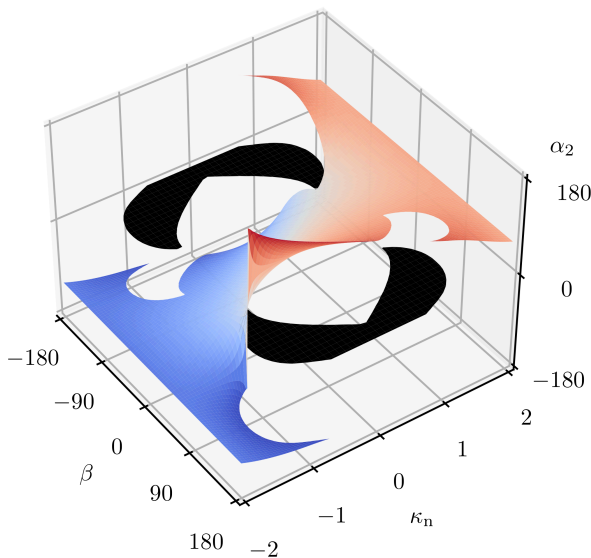


Abbildung 10. Lenkwinkel α_2 im Konfigurationsraum

Eine charakteristische Stelle findet sich bei $\kappa_n = -1$ an der Spitze des Sperrbereichs. Hier weist die Fläche eine Unstetigkeitsstelle auf, da sie aus mehreren Richtungen mit unterschiedlichem Grenzwert anschließt. Der Punkt entspricht genau der Konfiguration, wo der Momentanpol auf dem jeweiligen Rad liegt und demnach seine Geschwindigkeit $u_i = 0$ beträgt. Dort herrscht eine maximale Empfindlichkeit gegenüber Veränderungen in κ_n . Dies lässt sich nicht vollständig vermeiden, da beim Durchschreiten des Punkts der Polstrahl auf der gegenüberliegenden Seite landet und damit der Geschwindigkeitsvektor um 180° springt.

Zur Abhilfe müssen diese Bereiche bei einem flächenbeweglichen Fahrwerk mit gelenkten Standardrädern aus dem OKP-Konfigurationsraum ausgespart werden. Ein gewisser Mindestabstand davon begrenzt den Gradienten und damit die Lenkwinkel-Änderungsrate $\dot{\alpha}_i$ auf ein erfüllbares Maß. Wie sich das Fahrzeug bei manueller Vorgabe einer unerlaubten OKP-Konfiguration genau verhält, muss noch genauer definiert werden. Für die externe Betrachtung und einheitliche Beschreibung des Fahrwerks reicht es allerdings aus, diese unerlaubten Bereiche zu kennen und bei der OKP-Vorgabe zu vermeiden.

4.3 WAHL DER MAXIMALGESCHWINDIGKEIT

Für alle Arten von Rädern relevant ist die Beschränkung der Abrollgeschwindigkeit $u_{lim,i}$, auch z. B. bei Mecanum-Rädern. Der deutlich längere Geschwindigkeitsvektor \underline{u}_4 in Abbildung 8 verdeutlicht dieses Prinzip anschaulich. Die für eine vorgegebene OKP-Kombination nötige Abrollgeschwindigkeit lässt sich gemäß Abschnitt 3.3 einfach für jedes Rad ermitteln. Für das Beispielfahrwerk zeigt Abbildung 11 die resultierende Radgeschwindigkeit u_4 bei einer Vorgabe von $v_s = \hat{v}_s = 1,0$ (Einheit vernachlässigt) als 3D-Fläche oberhalb der Konfigurationsebene. Die unmöglichen Konfigurationen gemäß Abbildung 9 sind darin ausgespart und finden sich als Sperrbereich auf der Grundebene wieder.

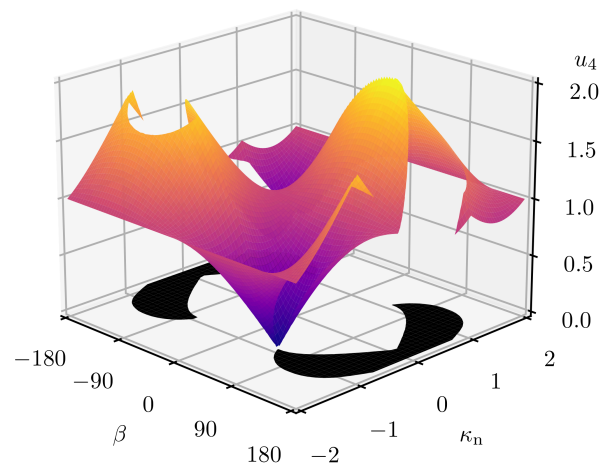


Abbildung 11. Abrollgeschwindigkeit u_4 für alle möglichen Konfigurationen bei $\hat{v}_s = 1,0$

Klar erkennbar ist die Überhöhung von 2,0 am höchsten Punkt, wo der Momentanpol am Rad W_1 diagonal gegenüber liegt. Da alle Räder gleich weit vom Bezugspunkt entfernt sind, ergibt sich dieses Maximum durch die Wahl von κ_g . Der Schnitt bei $\kappa_n = 0$ beschreibt eine horizontale Gerade, da sich bei reiner Translation der Schwimmwinkel nicht auf die Geschwindigkeiten auswirkt.

Für jede Konfiguration wird nun jedes u_i mit dem jeweiligen Limit $u_{lim,i}$ verglichen. Der Quotient liefert jeweils eine prozentuale Über- oder Unterschreitung. Überschreitet ein Rad 100 %, muss die gesamte Bewegung um den entsprechenden Kehrwert verlangsamt werden. Dies wird über v_{max} als Korrekturfaktor für die nominelle Geschwindigkeit v_n erreicht.

$$v_{max}(\kappa_n, \beta) = \hat{v}_s \min \left| \frac{u_{lim,i}}{u_i(\kappa_n, \beta, \hat{v}_s)} \right|$$

Für Konfigurationen, in denen ursprünglich kein Rad sein Limit erreicht, ergibt sich auf diese Weise eine Hochskalierung, so dass das langsamste Rad genau seine Maximalgeschwindigkeit erreicht. Diese Korrektur muss nicht unbedingt erfolgen, erreicht aber das sinnvolle Ziel, dass

bei der nominellen Geschwindigkeit $v_n = \pm 1$ das Fahrzeug jeweils seine in dieser Situation maximal mögliche Geschwindigkeit ausreizt.

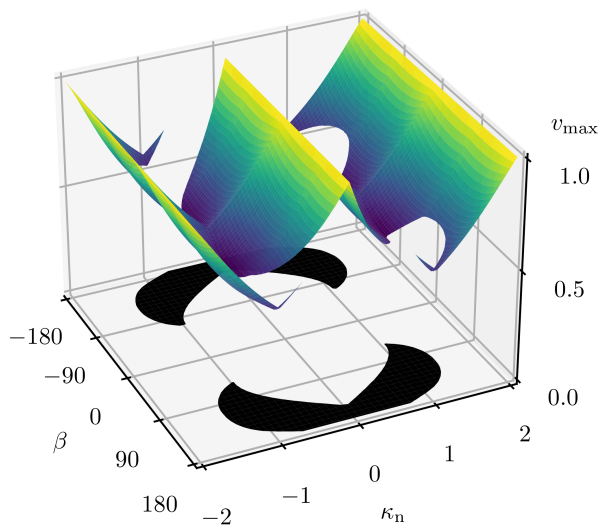


Abbildung 12. Verlauf von $v_{\max}(\kappa_n, \beta)$ für das vierrädrige Beispiel mit $u_{\text{lim},i} = 1,0$

Die so ermittelte Skalierung $v_{\max}(\kappa_n, \beta)$ stellt Abbildung 12 als gekrümmte Fläche im Konfigurationsraum dar, welche dank der normierten OKP die Vergleichbarkeit beliebiger Fahrwerke herstellt. Die Hochachse hat eine – hier nicht gezeigte – physikalische Einheit, typischerweise [m/s], wobei unmögliche Konfigurationen wieder mit $v_{\max} = 0$ schwarz markiert sind.

Der symmetrische Fahrwerksaufbau spiegelt sich darin wider. Auf der Achse $\kappa_n = 0$ (reine Translation abhängig vom Schwimmwinkel) erreicht erwartungsgemäß $v_{\max} = u_{\text{lim},i}$. In den Bereichen für $\kappa_n = \pm 2$ (reine Drehung um den Bezugspunkt) ist ebenfalls $v_{\max} = u_{\text{lim},i}$. Beide Fälle sind hier deutlicher ausgeprägt als in der auf ein einzelnes Rad bezogenen Abbildung 11. Für $\kappa_n = \pm 1$ sind lokale Minima bei $v_{\max} = 0,5 u_{\text{lim},i}$ zu erkennen. In diesem Punkt wird in den OKP von der Vorgabe der Krümmung und Geschwindigkeit zum Radius und der Winkelgeschwindigkeit umgeschaltet. Der Wert sowie die gleich hohen Maxima ergeben sich aus der OKP-Definition, sofern κ_g unter Berücksichtigung der maximalen Geschwindigkeiten $u_{\text{lim},i}$ gemäß Abschnitt 3.2 bestimmt wurde.

Für linienbewegliche Fahrwerke mit vergleichbarer Radanordnung und dem Schwimmwinkel konstant $\beta = 0$ vereinfacht sich die Darstellung zu einer eindimensionalen Kurve $v_{\max}(\kappa_n)$, entsprechend einem Schnitt durch die gezeigte Fläche. Diese benötigt folglich weniger Daten und nur einen 2D-Plot.

Abgesehen von den Abrollgeschwindigkeiten der Räder können im Fahrzeug zusätzliche Einschränkungen der

Geschwindigkeit bestehen. Abhängig von der Schwerpunktlage beispielsweise eine maximal mögliche Querbesehleunigung in engen Kurven, um ein Kippen zu vermeiden. Diese werden bei der Fahrzeugkonstruktion ermittelt und können dann als weitere, reduzierende Faktoren abhängig von κ_n und β bereichsweise auf v_{\max} angewendet werden. Die Ermittlung der Grenzfläche liefert dann ein leicht anderes Ergebnis, erfolgt aber prinzipiell nach demselben Schema und kann insbesondere dennoch einheitlich, ohne genaue Kenntnis der Fahrzeuginterna, ausgewertet werden.

4.4 ANWENDUNG AUF WEITERE FAHRWERKE

Zum Vergleich zeigt Abbildung 13 das Diagramm für ein anderes Fahrwerk mit nur drei gelenkten Rädern und einem leicht asymmetrischen Aufbau durch ein seitlich versetztes Vorderrad.

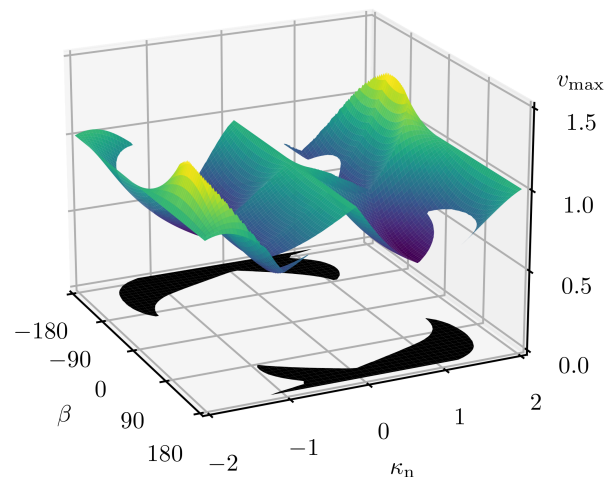


Abbildung 13. Verlauf von $v_{\max}(\kappa_n, \beta)$ für das dreirädrige, asymmetrische Beispiel mit $u_{\text{lim},i} = 1,0$

Zunächst ergeben sich andere, deutlich asymmetrische Sperrbereiche der OKP-Konfiguration. Im Fall $\kappa_n = 0$ zeigt sich äquivalent zum symmetrischen Fahrwerk ein lokales Maximum, ebenso wie der horizontale Verlauf bei $\kappa_n = \pm 2$ auf gleicher Höhe. Weitere lokale Maxima kommen nun bei $\kappa_n \approx \pm 1,8$ hinzu, wo der Schwimmwinkel um ungefähr 90° versetzt zum Ortsvektor des asymmetrischen Rads liegt, im Diagramm diagonal gegenüber. An diesen Stellen würden bei konstantem v_{\max} alle Räder noch unter ihrem Limit fahren, weil die konstante Wahl von κ_g nun nicht mehr für alle Räder bei gleicher Krümmung zum Maximum führt. Die Differenz wird durch die beschriebene v_{\max} -Überhöhung ausgeglichen. Im Schnitt bei $\kappa_n = \pm 1$ liegt wieder ein lokales Minimum, allerdings mit einem asymmetrischen Verlauf bezüglich β .

Für ein beliebiges anderes Fahrwerk kann die beschriebene Funktion $v_{\max}(\kappa_n, \beta)$ auf gleiche Weise ermittelt werden. Aufgrund der Komplexität der Fläche bietet sich dabei eine diskrete Abtastung (ggf. mit anschließender Interpolation) eher an als eine analytische Beschreibung.

Diese wäre zwar durch stückweise zusammengesetzte Flächen (z. B. Splines) möglich, würde aber einen enormen Aufwand zur Lösung der Ungleichungen und eine numerisch aufwändige Auswertung verursachen. Die Abtastung der κ_n - β -Ebene und Berechnung aller α_i , u_i sowie daraus v_{\max} nach der vorgestellten Methode benötigt hingegen lediglich für jedes Fahrwerk gleich viel Speicherplatz. Die Datenbasis des gezeigten 3D-Plots (mit $v_{\max} = 0$ für den Sperrbereich) dient somit als eine Art Datenblatt zur möglichen Bewegung eines konkreten Fahrzeugs. Dieses kann in der Bewegungssteuerung des Fahrzeugs selbst entweder in abgetasteter Form – oder aufgrund des überschaubaren Rechenaufwands auch während des Betriebs flüchtig berechnet – genutzt werden.

4.5 VERWENDUNG IN DER PFADPLANUNG

Neben der Bewegungssteuerung im Fahrzeug besitzt diese Beschreibung auch Relevanz für die Pfadplanung, welche entweder integriert oder extern vorgegeben sein kann. Diese kann die Trajektorien zum Ziel direkt in OKP berechnen, also als zeitlichen Verlauf $\kappa_n(t)$ und für flächenbewegliche Fahrzeuge auch $\beta(t)$.

Die zuvor ermittelte κ_n - β - v_{\max} -Fläche geht als Information in die Planung der Wegvorgabe ein. Für jeden Punkt der geplanten Trajektorie kann zunächst der entsprechende Wert $v_{\max}(\kappa_n(t), \beta(t))$ von der Fläche abgelesen werden. Liegt dort eine ungültige Konfiguration mit $v_{\max} = 0$ vor, muss die Trajektorie angepasst werden.

Andernfalls ist die Trajektorie für das Fahrzeug gültig. Die Pfadplanung kann davon unabhängig den Verlauf $v_n(t)$ völlig beliebig im Intervall $[-1 \dots 1]$ vorgeben, um äußere Vorgaben zu berücksichtigen. Daraus und aus dem abgelesenen Verlauf ergibt sich die wirksame Vorgabegeschwindigkeit:

$$v_s(t) = v_n(t) v_{\max}(t)$$

Mit den allgemeingültigen Definitionsgleichungen der OKP (siehe Abschnitt 2.4) sowie der fahrzeugspezifischen Grenzkrümmung κ_g kann ohne weitere interne Kenntnis der Fahrzeugsteuerung der wirkliche Geschwindigkeitsverlauf $v(t)$ entlang des geplanten Pfads vorausgesagt werden, ebenso die Gierrate $\omega(t)$. Durch Integration ergibt sich die absolute Position und Orientierung des Fahrzeugs für jeden Zeitpunkt. Dieser zeitliche Bezug wird beispielsweise für eine Optimierung der Pfadplanung wichtig, wenn diese die benötigte Zeit zum Ziel als Kostenfunktion berücksichtigt.

Der wesentliche Vorteil besteht darin, dass diese Mechanismen allgemeingültig für alle mit OKP beschriebenen Fahrzeuge funktionieren. Sie berücksichtigen dabei automatisch die Einschränkungen jedes Fahrwerks, welche sich insbesondere bei Flächenbeweglichkeit manchmal kom-

plex darstellen. Innerhalb dieser Grenzen können dann gültige Trajektorien inklusive der Fahrzeugorientierung während der Fahrt generiert werden.

4.6 UMRECHNUNG DER MAXIMALEN GRADIENTEN

Die möglichen Änderungsraten bei Geschwindigkeit und Lenkwinkel ergeben sich aus den physikalischen Grenzen der Antriebe, also beispielsweise maximaler Strom und Spannung. Die OKP beziehen sich explizit nur auf die Vorgabe der Sollgrößen, wohingegen die eigentliche Regelung auf der jeweiligen Antriebsebene erfolgt. Letztere sollte dabei in Bezug auf die weitgehende Ausreizung der physikalischen Möglichkeiten optimiert sein, woraus sich entsprechende Grenzwerte für die Ableitungen der Regelgrößen ergeben. Letztlich müssen bei den Sollgrößen dieselben Beschränkungen eingehalten werden, so dass die Regelung innerhalb akzeptabler Toleranzen funktioniert.

Die drei Steuergrößen der OKP müssen entsprechend ebenfalls mit beschränkter Flankensteilheit angesteuert werden, um diese Grenzen einzuhalten. Diesen Aspekt deckt die Methode bisher nicht ab. Analog zur vorgestellten Beschreibung als κ_n - β - v_{\max} -Diagramm könnte dazu noch jeweils eine Funktion für die maximale zeitliche Ableitung der Steuergrößen berücksichtigt werden in der Form:

$$\dot{v}_n(\kappa_n, \beta) \quad \dot{\kappa}_n(\kappa_n, \beta, v_n) \quad \dot{\beta}(\kappa_n, \beta, v_n)$$

Die Ermittlung dieser Grenzfunktionen aus den Flächengradienten sowie den bekannten Grenzen der jeweiligen Antriebe eröffnet weiteren Forschungsbedarf.

5 ZUSAMMENFASSUNG

Die vielfältigen Bewegungsmöglichkeiten unterschiedlicher Radfahrwerke können mit Hilfe der Omni-Kurven-Parameter in einheitlich normierten Steuergrößen beschrieben werden [1]. Dabei wird zwischen zwei Rechenzweigen anhand einer fahrzeugspezifischen Grenzkrümmung κ_g umgeschaltet, zu deren Berechnung hier ein einheitlicher Algorithmus vorgestellt wird.

Anhand einer Mecanum-Plattform, eines Differenzialantriebs sowie einer Achsschenkelenkung wird die Anwendung der OKP mit praxistauglichen, effizient zu berechnenden Formeln gezeigt. Für weitere flächenbewegliche Fahrwerke folgt eine universelle Transformation aus der Betrachtung gelenkter Standardräder oder Drehschemel, die auch einen möglichen Achsversatz berücksichtigt.

Darauf aufbauend führt eine detaillierte Betrachtung der Auswirkungen von begrenzten Lenkwinkeln und Radgeschwindigkeiten zur einheitlichen Darstellung der möglichen Bewegungen. Daran lassen sich verbleibende Unsteigkeiten leicht erkennen, die bei der Vorgabe mittels OKP

vermieden werden müssen. Daraus leitet sich ferner eine mögliche Definition der noch nicht weiter spezifizierten Rechengröße v_{\max} , welche in jeder Konfiguration die maximale Schnelligkeit ermöglicht.

Ziel der Untersuchung ist einerseits eine Methode zur internen Beschränkung und Plausibilisierung in einer Fahrzeugsteuerung. Ferner erlaubt die Darstellung des möglichen Parameter-Konfigurationsraums eine einfache Überprüfung, ob und wie schnell konkret vorgegebene Trajektorien von einem Fahrwerk ausgeführt werden können, insbesondere bei der Pfadplanung von FTF.

Neben der Erprobung mit einem Versuchsfahrzeug am IFT wird aktuell eine reale Anwendung der vorgestellten OKP-Berechnungsmethode auf modulare Schwerlastplattformen mit beliebig vielen (bis mehrere hundert) gelenkten Rädern geprüft. Weiterer Forschungsbedarf besteht bei der Vorhersage der möglichen Änderungsraten in den Omni-Kurven-Parametern zu jedem Zeitpunkt, um weitere Stellgrößenbeschränkungen im Fahrzeug einzuhalten.

LITERATUR

- [1] A. Colomb, C. Brenner, „Konzept zur intuitiven Steuerung omnidirektionaler Flurförderzeuge mit beliebiger Radkonfiguration“, in Logistics Journal: Proceedings, Vol. 2020.
DOI: [10.2195/lj_Proc_colomb_de_202012_01](https://doi.org/10.2195/lj_Proc_colomb_de_202012_01)
- [2] C. Connette, „Kinematische Modellierung und Regelung omnidirektionaler, nicht-holonomer Fahrwerke“. Fraunhofer IPA, März 2013.
ISBN 978-3-8396-0564-6
DOI: [10.18419/opus-6827](https://doi.org/10.18419/opus-6827)
- [3] VDI 2510: *Fahrerlose Transportsysteme*. Düsseldorf: Verein Deutscher Ingenieure e.V., Oktober 2005
- [4] ebm-papst Mulfingen GmbH & Co. KG, „ArgoDrive“, 2022. [Online] Verfügbar: <https://www.ebmpapst.com/de/de/campaigns/product-campaigns/motors-and-drive-systems/argo-drive.html>. [Abgerufen: 12. Aug. 2022].

Carolin Brenner, M. Sc., wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Fördertechnik und Logistik der Universität Stuttgart. Zwischen 2012 und 2019 studierte sie technische Kybernetik an der Universität Stuttgart.

Telefon: +49 711 685-83780
E-Mail: carolin.brenner@ift.uni-stuttgart.de

Dipl.-Ing. André Colomb, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Fördertechnik und Logistik der Universität Stuttgart, nach dortigem Abschluss des Studiengangs Maschinenwesen (2007 bis 2012).

Telefon: +49 711 685-83940
E-Mail: andre.colomb@ift.uni-stuttgart.de

Adresse: Universität Stuttgart
Institut für Fördertechnik und Logistik
Holzgartenstraße 15 B, 70174 Stuttgart